

科学技術におけるデータベースの役割(16)

Role of Databases for Science and Technology (16)

馬場 哲也* 馬場 貴弘** 森 孝雄**

Tetsuya Baba, Takahiro Baba, Takao Mori

1. はじめに

本講座の第13回, 14回, 15回において測定対象の熱物性値に加えてグリーン関数およびインパルス応答関数が普遍的な基盤情報であり, 熱物性データベースに収録するデータとして重要であることを述べた. 本稿においては積分方程式および境界要素法の直接の入力データが断熱境界条件下のグリーン関数およびインパルス応答関数であること, ならびにフラッシュ法, フーリエ変換超高速レーザフラッシュ法の測定データから断熱境界条件下のインパルス応答関数を導出する流れを説明する.

2. 熱拡散方程式のグリーン関数

2.1 熱拡散方程式

Fourier は定常状態の実測データから, 試料中を流れる熱流の密度は温度勾配に比例することを帰納し, その比例係数として熱伝導率 (Fourier は内部熱伝導率と名付けた) を定義した [1].

$$\vec{q}(x, y, z, t) = -\Lambda \cdot \text{grad}(T(x, y, z, t)) \quad (1)$$

ここで $T(x, y, z, t)$ と $\vec{q}(x, y, z, t)$ はそれぞれの場所・時刻における温度と熱流密度ベクトル, Λ は熱伝導率テンソルである.

この式は温度勾配や温度変化があまり大きくない場合に限定して成立する現象論的近似式である.

試料内部での熱の発生や吸収は無く熱量は保存されるとして熱に関する連続の式を仮定すると,

$$\frac{\partial Q(x, y, z, t)}{\partial t} + \text{div}(\vec{q}(x, y, z, t)) = 0 \quad (2)$$

(2)式に(1)式を代入して整理すると, 線形の範囲では

$$\text{div}(\Lambda \cdot \text{grad}(T(x, y, z, t))) = C \cdot \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} \quad (3)$$

と熱拡散方程式が導かれる. C は体積熱容量である. 熱伝導・熱拡散が等方的で, 熱伝導率テンソル Λ がスカラー λ , 熱拡散率テンソル K がスカラー α により表される場合 ($K = \Lambda/C, \alpha = \lambda/C$),

$$\alpha \cdot \Delta(T(x, y, z, t)) = \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} \quad (4)$$

ここで演算子 Δ はラプラシアンである.

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (5)$$

熱拡散率 α は熱伝導率 λ , 比熱容量 c , 密度 ρ から $\alpha = \lambda/c\rho$ によって定義される. 単位は $[\text{m}^2\text{s}^{-1}]$ である. (体積熱容量 $C = c\rho$)

均質等方的な材料において内部の発熱・吸熱が無い場合には熱伝導方程式は熱拡散率 α を用いて下記のように表すことができる.

$$\alpha \Delta(T(x, y, z, t)) = \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} \quad (6)$$

ここで T は時刻 t における位置 (x, y, z) の温度である. 一般には熱拡散率 α は温度とともに変化するが, 本章では, T の変化は α が一定と近似できる範囲内であると仮定して解析を行う.

熱拡散率は非定常熱伝導に伴う量で直観的には温度分布の変わりやすさを表しており, その値は試料を非定常的に加熱したときの温度変化から求められる. 熱拡散率測定の意義は熱拡散率自体を知ることに加えて, 別途求めた c 及び ρ の値を用いて $\lambda = \alpha c\rho$ により熱伝導率が算出できることにある.

2.2 グリーン関数

次元が dim の自由空間 (無限遠まで一様で境界が存在しない) において熱拡散方程式が成立するとき, 位置 \mathbf{r}' 時刻 t' に単位発熱量のデルタ関数熱源により誘起される位

* 国立研究開発法人 産業技術総合研究所 計量標準総合センター 名誉リサーチャー, 〒305-8563 茨城県つくば市梅園 1-1-1 中央第3, Emeritus researcher, Metrology Institute of Japan, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology, AIST Tsukuba Central 3, 1-1-1, Umezono, Tsukuba, Ibaraki 305-8563, JAPAN, E-mail: t2baba@ck9.so-net.ne.jp

** 国立研究開発法人 物質・材料研究機構 (NIMS) ナノアーキテクニクス材料研究センター (MANA) 〒305-0044 茨城県つくば市並木 1-1, Research Center for Materials Nanoarchitectonics, National Institute for Materials Science, 1-1, Namiki, Tsukuba, Ibaraki 305-0044, JAPAN

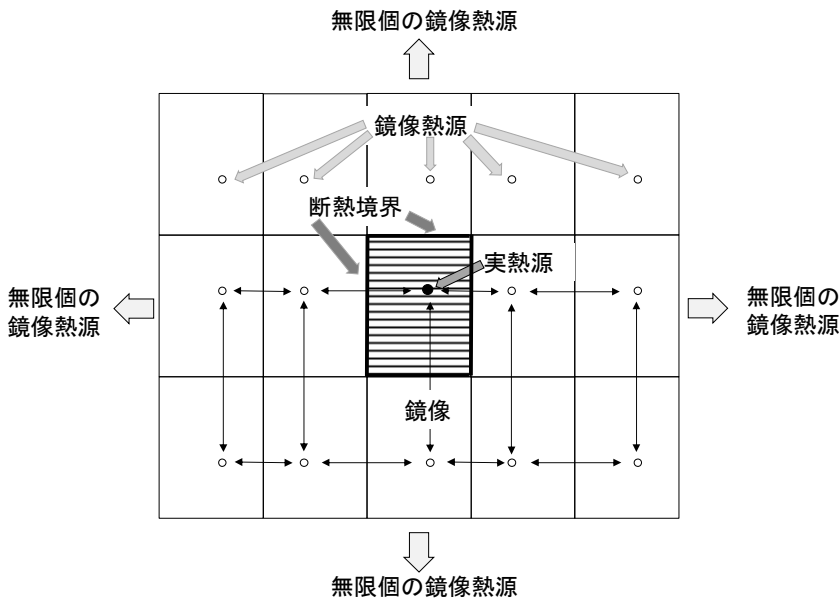


図1 自由空間のグリーン関数の鏡像による断熱境界条件下のグリーン関数の導出

置 \mathbf{r} 時刻 t における温度上昇は次式のグリーン関数により表される [2, 3].

$$G(\mathbf{r}, t | \mathbf{r}', t') = \frac{1}{(b\sqrt{\pi(t-t')})^{dim}} \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}{4\alpha(t-t')}\right) \quad (7)$$

ここで α は対象の熱拡散率, b は対象の熱浸透率, である.

$$G_{a2}(x, y, z, t | x', y', z', t') = \frac{1}{\pi b_x b_y (t-t')} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \left[\exp\left(-\frac{(x-x'-2ld_x)^2}{4\alpha_x(t-t')}\right) + \exp\left(-\frac{(x+x'-2ld_x)^2}{4\alpha_x(t-t')}\right) \right] \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[\exp\left(-\frac{(y-y'-2md_y)^2}{4\alpha_y(t-t')}\right) + \exp\left(-\frac{(y+y'-2md_y)^2}{4\alpha_y(t-t')}\right) \right] \quad (8)$$

2.4 インパルス応答からのグリーン関数の導出

インパルス応答はフラッシュ法やフーリエ変換超高速レーザフラッシュ法 (FT サーモリフレクタンス法) により測定される. 等方性均質材料であれば断熱された平板状試料の表面をパルス光加熱した後の表面・裏面の温度応答から境界におけるグリーン関数が求まる.

異方性材料や不均質材料においても x, y, z の3方向に巨視的な並進対称性を有し変数分離可能な場合には, 3方向それぞれを平坦面とする3種類の平板状試料を測定することによりグリーン関数の x, y, z 成分が求まり, それらの積として3次的のグリーン関数が算出される.

変数分離できない異方性や不均質性を有する材料の場合には, グリーン関数の情報として求められる加熱位置と测温位置を複数選択して測定を行う必要がある.

試料が断熱された状態で上記の測定を行えば断熱境界を満たすグリーン関数の境界における値が直接求まる.

2.3 2次元・3次元のグリーン関数

前回 (15回) の本講座では, 1次元熱拡散方程式において, 自由空間 (境界が存在しない) から鏡像法により断熱平板のグリーン関数を導出した. この手法は2次元・3次元の熱拡散方程式に対しても拡張可能である [4].

例えば2次元の場合について断熱な線分により囲まれた長方形に関しては図1のように鏡像熱源を設置すれば良い. 2次元の多角形や3次元の多面体では鏡像の数が増加するが同様のアプローチにより, 無限空間のグリーン関数から, 断熱境界で囲まれた多角形, 多面体内のグリーン関数が求められる.

断熱境界に囲まれた2次元の長方形のグリーン関数は, 無限空間のグリーン関数である正規分布関数の鏡像の無限級数として次式により表される [4]. なお, ここでは異方性を考慮し, x, y 方向の物性値はそれぞれ異なるとして添え字で区別した.

厚さが無限大とみなせる基板上に成膜された薄膜の場合には薄膜と基板の熱浸透率比に依存して基板への熱浸透により応答信号が断熱境界の場合から乖離するが後述のように補正可能である. 同様に外界への熱伝達による応答信号の乖離も断熱条件の場合の応答に復元可能である.

3. 偏微分方程式の積分方程式による解法

3.1 積分方程式

重力場や電場, 磁場などのポテンシャル分布や物質の拡散時の濃度分布や光・弾性振動などの波動の時間・位置の関数としての振幅, 量子力学の波動関数を偏微分方程式により記述することは物理学の数学的表現の基本である [5].

鶴亀算などの代数方程式では数値 (鶴と亀の数) が未知数であり, それらの組 (鶴, 亀など) のベクトルを求めることが目的であるとも考えられる. 代数方程式の要点はそれらが未知の段階で鶴 x , 亀 y などの未知数を導入

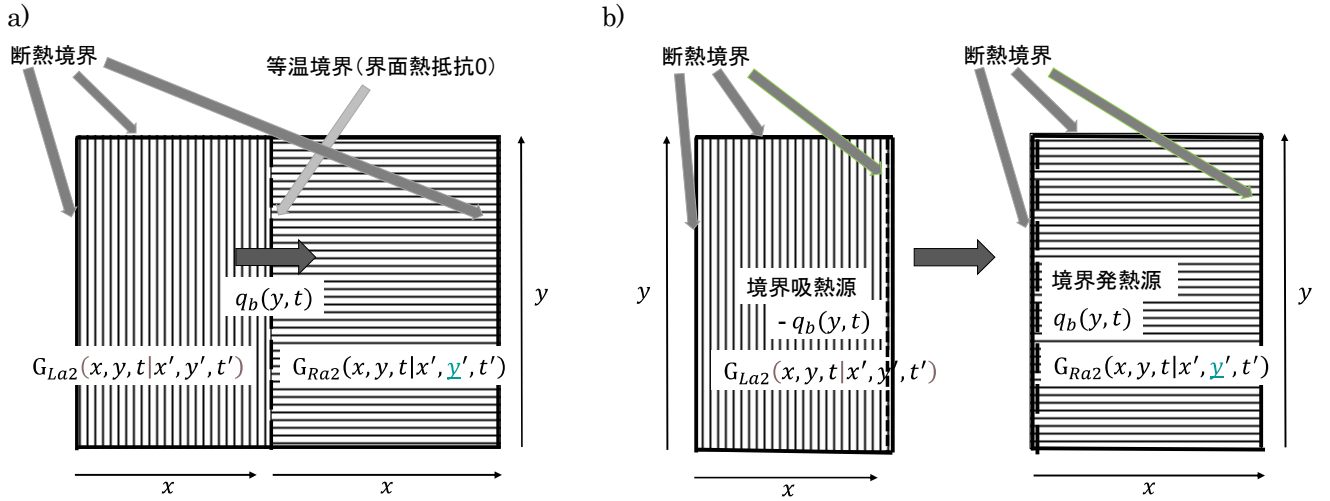


図2 熱抵抗のない状態で接触し接触面での温度が同一となる2物体の接触面を $q_b(y, t)$ の熱流密度が流れる場合、2つの物体を分離した状態で左側の物体の右側境界に $-q_b(y, t)$ の吸熱源があり、右側の物体の左側境界に $q_b(y, t)$ の発熱源があると考えて、それぞれの断熱条件のグリーン関数により記述できる。

し、まずそれらが満足する式を立てて、しかる後に解いていくことである。

偏微分方程式では未知であるのは「関数」であり、一般には多変数関数となる。例えば3次元空間における拡散方程式においては時間 t と空間座標 x, y, z の4変数の関数となる。このような非可算無限の数値による多変数の関数は代数方程式（例えば上記の鶴亀算の場合未知ベクトルは2個の数値から構成される）の未知量と比較して桁違いに多く質的にも全く異なるように感じられるが、未知量を求めるアプローチとしては共通である。

例えば1次元の熱拡散方程式の場合、未知関数をフーリエ級数展開する解法がよく用いられるが、このとき級数の項数は一般的には可算無限個であり、実測信号の場合には観測時間の上限とサンプリング時間を考慮すると有限個となる。このような場合は後述のように積分方程式はフーリエ係数のベクトルに対する行列演算に変換した代数方程式に変換されている。

物理学における有名な理論体系として量子力学の波動関数を固有関数展開した係数のベクトルに関する行列力学の構築の例が挙げられる [6]。（実際には行列力学と波

動力学は独立に構築され、後にその同等性が証明された）。

3.2 接触する2物体の界面を流れる熱流密度の断熱条件下のグリーン関数の発熱源と吸熱源への変換

このような断熱条件のグリーン関数が既知であれば2個の物体が接触して接触面が等温となる状態での両者の温度分布と境界面を横切る熱流密度を決定することができる。2次元の場合を考察しても3次元への拡張は容易なので、図2に示されるように2個の長方形が接触している場合を例に示す。左側の物体の断熱境界下のグリーン関数を $G_{La2}(x, y, t|x', y', t')$ 、右側の物体の断熱境界下のグリーン関数を $G_{Ra2}(x, y, t|x', y', t')$ とする。

外界への放熱および物体間の熱移動は断熱境界下のグリーン関数における境界での放熱または吸熱として表現できる [7]。ここでは左側の表面に $q_l(y, t)$ の熱流密度が流入し、2物体間の界面を左から右に向かって $q_b(y, t)$ の熱流密度が流れ、右側の表面から外界（温度を0としても一般性は失われない）に熱伝達係数 K で熱が放散し、上面と下面は断熱されている場合を考える。物体 L 内、物体 R 内の温度分布をそれぞれ $T_L(x, y, t)$ 、 $T_R(x, y, t)$ と表すと以下の連立積分方程式が得られる。

$$T_L(x, y, t) = \int_0^t \int_0^d y G_{La2}(x, y, t|0, y', t') \cdot q_l(y', t') dy' dt' - \int_0^t \int_0^d y G_{La2}(x, y, t|d_{Lx}, y', t') \cdot q_b(y', t') dy' dt' \quad (9)$$

$$T_R(x, y, t) = \int_0^t \int_0^d y G_{Ra2}(x, y, t|0, y', t') \cdot q_b(y', t') dy' dt' - \int_0^t \int_0^d y G_{Ra2}(x, y, t|d_{Rx}, y', t') \cdot K \cdot T_R(d_{Rx}, y', t') dy' dt' \quad (10)$$

時間に関してラプラス変換し、 y 方向の位置に関してフーリエ変換する。ここで $\zeta = i\omega$ とする。

$$\tilde{T}_L(x, \zeta, \xi) = \tilde{G}_{La}(x|0, \zeta, \xi) \cdot \tilde{q}_l(\zeta, \xi) - \tilde{G}_{La2}(x|d_{Lx}, \zeta, \xi) \cdot \tilde{q}_b(\zeta, \xi) \quad (11)$$

$$\tilde{T}_R(x, \zeta, \xi) = \tilde{G}_{Ra2}(x|0, \zeta, \xi) \cdot \tilde{q}_b(\zeta, \xi) - \tilde{G}_{Ra2}(x|d_{Rx}, \zeta, \xi) \cdot K \cdot \tilde{T}_R(d_{Rx}, \zeta, \xi) \quad (12)$$

$$\tilde{T}_L(d_{Lx}, \zeta, \xi) = \tilde{T}_R(0, \zeta, \xi) \quad (13)$$

(9)式, (11)式に $x = d_{Lx}$, (10)式, (12)式に $x = 0$, $x = d_{Rx}$ を代入すると独立な4個の方程式が得られ, 4種の未知関数 $\tilde{T}_L(d_{Lx}, \zeta, \xi)$, $\tilde{T}_R(0, \zeta, \xi)$, $\tilde{q}_b(\zeta, \xi)$, $\tilde{T}_R(d_{Rx}, \zeta, \xi)$ を決定できる.

$\tilde{T}_L(d_{Lx}, \zeta, \xi) = \tilde{T}_R(0, \zeta, \xi)$ を消去すると,

$$\tilde{G}_{La2}(d_{Lx}|0, \zeta, \xi) \cdot \tilde{q}_i(\zeta, \xi) - \tilde{G}_{La2}(d_{Lx}|d_{Lx}, \zeta, \xi) \cdot \tilde{q}_b(\zeta, \xi) = \frac{\tilde{G}_{Ra2}(0|0, \zeta, \xi) + K \cdot \tilde{G}_{Ra2}(0|0, \zeta, \xi) \cdot \tilde{G}_{Ra2}(d_{Rx}|d_{Rx}, \zeta, \xi) - K \cdot \tilde{G}_{Ra2}(0|d_{Rx}, \zeta, \xi) \cdot \tilde{G}_{Ra2}(d_{Rx}|0, \zeta, \xi)}{1 + K \cdot \tilde{G}_{Ra2}(d_{Rx}|d_{Rx}, \zeta, \xi)} \cdot \tilde{q}_i(\zeta, \xi) \quad (14)$$

$\tilde{q}_b(\zeta, \xi)$ に関して解くと,

$$\tilde{q}_b(\zeta, \xi) = \frac{(\tilde{G}_{La2}(d_{Lx}|0, \zeta, \xi)) \cdot (1 + K \cdot \tilde{G}_{Ra2}(d_{Rx}|d_{Rx}, \zeta, \xi))}{\tilde{G}_{La2}(d_{Lx}|d_{Lx}, \zeta, \xi) + K \cdot \tilde{G}_{La2}(d_{Lx}|d_{Lx}, \zeta, \xi) \cdot \tilde{G}_{Ra2}(d_{Rx}|d_{Rx}, \zeta, \xi) + \tilde{G}_{Ra2}(0|0, \zeta, \xi) + K \cdot \tilde{G}_{Ra2}(0|0, \zeta, \xi) \cdot \tilde{G}_{Ra2}(d_{Rx}|d_{Rx}, \zeta, \xi) - K \cdot \tilde{G}_{Ra2}(0|d_{Rx}, \zeta, \xi) \cdot \tilde{G}_{Ra2}(d_{Rx}|0, \zeta, \xi)} \cdot \tilde{q}_i(\zeta, \xi) \quad (15)$$

左の面からの加熱熱流密度により左側の物体から右側の物体へ流れる熱流密度が算出でき, ラプラス逆変換, フーリエ逆変換により, (11)式から左側の物体の, (12)式から右側の物体の温度分布の時間変化が求まる. すなわち断熱境界条件下のグリーン関数が既知であれば全ての未知関数が求まることがわかる.

図2において上下の境界からも外界に熱伝達係数 K_L で外界への放熱が生じる場合には, 物体 L および R のグリーン関数について x 方向の変化を考慮した解析が必要となる. この場合には(9)式と(10)式に上下からの放熱に対応する項が加わるが, x 方向のフーリエ変換を行い上記の解析を拡張することにより同様に解析解が得られる. すなわち放熱が生じる界面においては界面を流れる熱流密度を表す未知関数が新たに加わるが界面温度と熱流密度は熱伝達係数を比例係数として関連づけられるため, 未知関数の数と積分方程式の数の整合性は保たれるので未知関数は一意的に定まる.

3.3 3次元構造内の熱拡散の境界要素法による記述

複数の直方体により構成される3次元構造に関して, それぞれの直方体のグリーン関数が既知であれば内部の熱拡散を解析的に記述でき, 接触面間に熱抵抗がある場合や外界へのニュートンの冷却則に従う放熱がある場合にも, 未知関数の数と積分方程式の数は整合するので未知関数を一意的に決定できる.

材料の異方性の主軸が直方体の3軸と一致している場合には(15)式の導出と同様にして, 積分方程式法により未知関数を解析的に求めることができる.

対象が一般の形状で直方体に分割できない場合には解析解を得ることは困難となり境界を分割して数値計算を行う境界要素法による数値計算を行う必要がある[8]. なお, この場合も各構成材料の応答がグリーン関数により記述されていることが必要十分であり, そのグリーン

関数の物性値による解析表示が与えられていることが必須ではない.

4. フラッシュ法・超高速レーザフラッシュ法と応答関数

4.1 実測時の境界条件と断熱境界条件との関係

フラッシュ法・超高速レーザフラッシュ法により測定される信号はインパルス応答関数であるが, 境界条件は試料の構成や測定条件に依存して変化する.

Parkerらによるフラッシュ法の最初の論文では試料と外界は断熱されていると近似され, パルス加熱後の一次元熱拡散の解析解が提示されている[9]. 現実のフラッシュ法では対流や熱放射による試料から外界への熱放散が生じるので断熱条件は成立しない. 高温での測定においては熱放散の寄与は増大する[10].

超高速レーザフラッシュ法においては図3に示されるように透明基板上に成膜された薄膜の応答関数を測定するため, 薄膜から基板への熱浸透により薄膜の断熱条件は成立しない[11].

一次元の熱拡散は四端子行列の縦続接続により表すことができ[12], ニュートン則に従う外界への熱放散も基板への熱浸透もそれらを記述する四端子行列を断熱条件

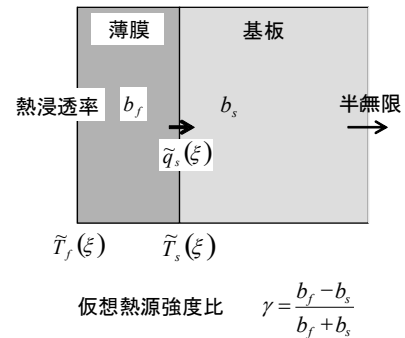


図3 透明基板上に成膜された薄膜
薄膜の熱浸透率 b_f と基板の熱浸透率 b_s から
仮想熱源の比強度 γ が定まる

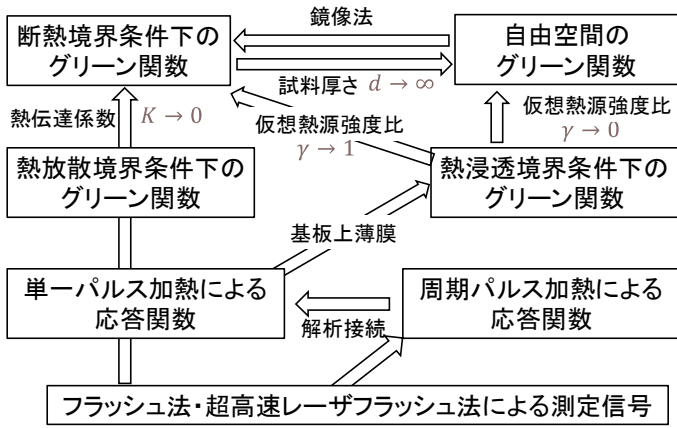


図4 グリーン関数・応答関数の相互関係と変換およびフラッシュ法・超高速レーザーフラッシュ法との関係

下の応答関数に乗ずることにより表現できる。逆に測温面のラプラス変換された温度・熱流密度のベクトルに熱放散あるいは熱浸透の四端子行列の逆行列を乗じ、さらに必要であれば加熱面のラプラス変換された温度・熱流密度のベクトルに熱放散の四端子行列の逆行列を乗じることにより、測定時の境界条件の応答関数から断熱条件下の応答関数を求めることができる。

4.2 加熱パルス幅の有限性・検出器と増幅器の応答特性・サンプリング周波数

現実の測定装置では加熱パルスはデルタ関数ではなく、有限の時間幅で発光している。温度変化の赤外線検出器やサーモフレクタンス信号の検出器や増幅器の応答速度も有限である。また信号のサンプリングは有限の時間間隔で行われる [13]。

上記の原因によりインパルス加熱後の温度応答にローパスフィルターなどがかかった信号が観測される。この信号変化は測定装置の伝達関数として表される。逆に観測された信号に伝達関数の逆数を乗じることにより測定装置の応答が無限に早い場合の応答関数が求められる。

4.3 加熱光・測温光の浸透

加熱光やサーモフレクタンスの測温光は対象表面の厚さ 0 の面で吸収・反射されるのではなく有限の厚さまで浸透する。この場合は境界上の位置相互の関係である応答関数ではなく、浸透深さに関するグリーン関数の積分値が測定される [11]。

加熱光・測温光の浸透の寄与もやはり四端子行列により表現できることが示されており、フラッシュ法・超高速レーザーフラッシュ法により観測された信号と熱流密

度のラプラス変換のベクトルに、加熱光・測温光の浸透を表す四端子行列の逆行列を乗ずることにより浸透のない状態の四端子行列が求められる [14]。

4.4 実測によるインパルス応答関数とその普遍性

以上のようにフラッシュ法や超高速レーザーフラッシュ法により観測された信号に境界条件 [15, 16], 装置の時間応答, 光の浸透の補正を行うことにより対象のインパルス応答関数を求めることができる。この応答関数は個々の測定装置のハードウェア仕様の違いに依存せず (仕様に対応する補正を行えばよい), 試料の構成 (薄膜の場合, 基板の種類など) に依存しない普遍的なデータとみなせる。

図4, 図5に示されるように周期パルス加熱の信号より得られた応答関数は複素関数の解析接続により単一パルス加熱の応答関数に変換できる [15]。熱放散境界条件のグリーン関数は熱伝達係数が 0 の, 熱浸透境界条件のグリーン関数は仮想熱源強度比が 1 の極限をとることにより断熱境界条件下のグリーン関数に変換できる。また熱浸透境界条件のグリーン関数は仮想熱源強度比が 0 の極限をとることにより自由空間のグリーン関数に変換できる。さらに断熱条件下のグリーン関数は自由区間のグリーン関数の鏡像の重ね合わせにより表すことができる。

なお、直交異方性を有する材料の場合にはフラッシュ法により x, y, z の 3 方向について 1 次元の応答関数を測定する。座標変数を内部まで拡張して 1 次元のグリーン関数を求める。それらの積である 3 次元のグリーン関数の境界の座標を代入することにより 3 次元の応答関数が求まる。

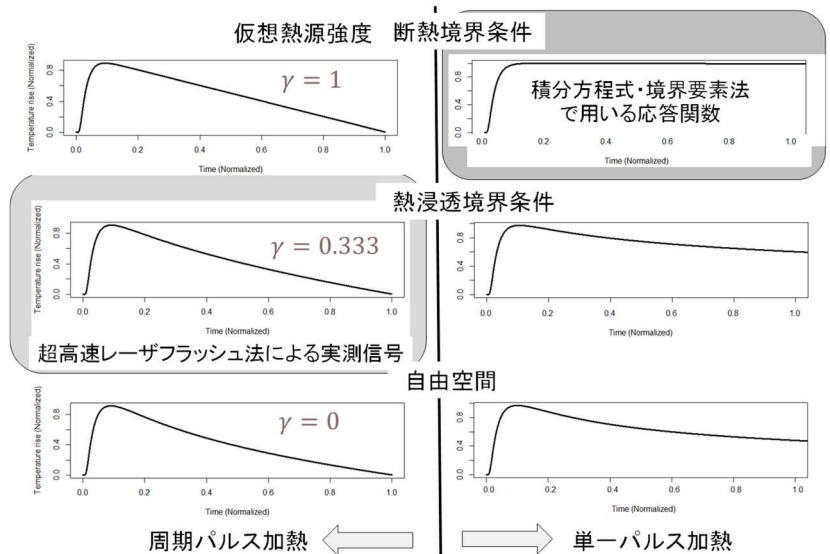


図5 フラッシュ法・超高速レーザーフラッシュ法により測定される信号と境界条件の異なるグリーン関数・応答関数との関係

図6に示されるようにグリーン関数・応答関数による記述は、熱拡散率方程式が成立せず熱拡散率と熱浸透率が定義できない対象に対しても有効である。これらの応答関数・グリーン関数をデータベースに蓄積していくことにより、固体内のエネルギー拡散・熱拡散の科学・技術を支える基盤としての役割が期待される。

5. おわりに

フラッシュ法・フーリエ超高速レーザフラッシュ法により観測される信号から断熱境界条件下の平板・薄膜のグリーン関数・インパルス応答関数が系統的に導出できることを示した。さらに得られたグリーン関数・応答関数を積分核とした積分方程式を解くことにより直方体の材料から構成される3次元構造のエネルギー拡散・拡散が解析的に求められることが顕かになった。

3方向に変数分離できない複雑な形状をした対象については境界要素法（境界積分方程式法）により温度分布および熱流密度分布の時間変化の数値解が求まる[8]。

以上のようにフラッシュ法・フーリエ変換超高速レーザフラッシュ法に測定されるインパルス応答関数とそれに対応するグリーン関数は熱拡散率・界面熱抵抗・熱伝導率などの物性値とともに熱物性データベースに収録する価値のある情報であると考えられる。

試料の形状・寸法に依存しない普遍的な熱物性値が定義できる対象のグリーン関数は解析関数により記述でき、熱物性値はそのパラメータとして決定できる。次回以降にその解析手順と測定データからの導出例を示したい。

本研究は国立研究開発法人科学技術振興機構未来社会創造事業大規模プロジェクト型「センサ用独立電源として活用可能な革新的熱電変換技術」により実施された。

参考文献

- [1] J. B. J. Fourier, 編者: Gaston Darboux, 和訳: 竹下貞雄, *Theorie Analytique de La Chaleur*, 熱の解析的理論 (大学教育出版, 2005) .
- [2] H. S. Carslaw, J. C. Jaeger; "Conduction of heat in solids 2nd edition", Clarendon Press, 1986, pp.353-386.
- [3] 今村勉; 「物理とグリーン関数」, 物理数学シリーズ (2016), 岩波書店.
- [4] 馬場哲也; 「光学測定と熱物性, 3. 固体熱物性の光学的計測技術」, 新編伝熱工学の進展第3巻, (2000), 養賢堂,.
- [5] 寺沢寛一; 「自然科学者のための数学概論 (増訂版)」, (1954), 岩波書店, pp.565-605.
- [6] 小出昭一郎; 「量子力学 (1) 改訂版」, (1990), 裳華房, pp.135-194.

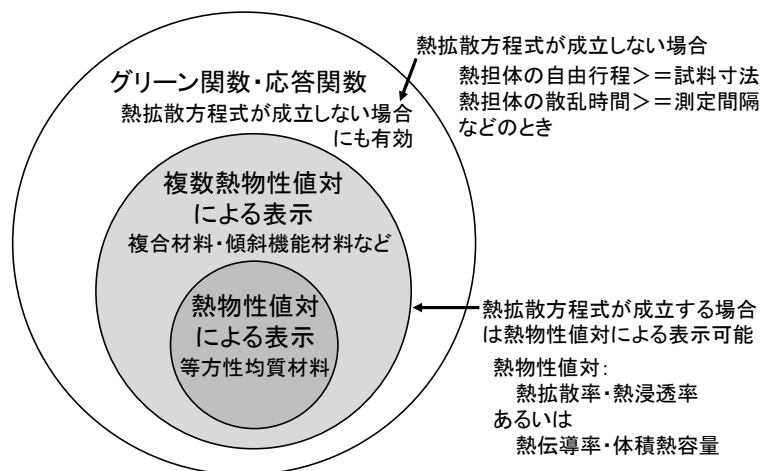


図6 熱拡散率方程式が成立せず熱拡散率と熱浸透率が定義できない対象に対してもグリーン関数・応答関数による記述は有効である。

- [7] T. Baba, A. Ono, S. Hattori; "Analysis of the operational error of heat flux transducers placed on wall surfaces", *Review of Scientific Instruments*, **56** (1985), 1399-1401.
- [8] ミカエル D. グリーンベルグ著, 関口壮訳; 「応用グリーン関数, 境界要素法の基礎」, (1983), プレイン図書出版株式会社, 発売元: 丸善.
- [9] W. J. Parker, R. J. Jenkins, C. P. Butler, G. L. Abbott; J. "Flash Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity, and Thermal Conductivity" *Appl. Phys.* **32** (1961) 1679.
- [10] A. Cezairliyan, T. Baba, R. Taylor, "A high-temperature laser-pulse thermal diffusivity apparatus", *Int. J. Thermophys.* **15**, 317-341 (1994)
- [11] T. Baba, N. Taketoshi, T. Yagi, "Development of ultra fast laser flash method for measuring thermophysical properties of thin films and boundary thermal resistances", *Japanese Journal of Applied Physics*, **48** (2009), 05EB04.
- [12] T. Baba; "Analysis of one-dimensional heat diffusion after light pulse heating by the response function method", *Japanese J. Applied Physics* **48** (5S2), 05EB04.
- [13] T. Baba, A. Ono, "Improvement of the laser flash method to reduce uncertainty in thermal diffusivity measurements", *Meas. Sci. Technol.* **12**, 2046-2057 (2001)
- [14] T. Baba, T. Baba, T. Mori, "Fourier Transform Thermoreflectance Method Under Front-Heat Front-Detect Configuration", *Int. J. Thermophys.* **45**, 61 (2024).
- [15] T. Baba, T. Baba, K. Ishikawa, T. Mori; "Determination of thermal diffusivity of thin films by applying Fourier expansion analysis to thermoreflectance signal after periodic pulse heating", *Journal of Applied Physics* **130** (2021), 225107.
- [16] T. Baba, T. Baba, T. Mori, "Development of Fourier Transform Ultrafast Laser Flash Method for Simultaneous Measurement of Thermal Diffusivity and Interfacial Thermal Resistance", *Int. J. Thermophys.* **45**, 27 (2024).