「最近の乱流研究が教えること」

日野幹雄（東工大）

土木学会第65回水工学講演会特別講義　2020.11.4

参考文献

この講演で引用した参考文献を一々書くページ数が無くなりました．詳しく知りたい方は，インターネット検索で朝倉書店のHP=Home Pageに入り，「乱流の科学」ファイルを開き，そこでの参考文献欄を参照していただきたい．本を購入する必要はありません．

2020.11.3　ver. 5

目次

4. 乱流の自己維持機構－粘性底層の構造と役割

4.1 NS方程式の一様流層流厳密解

4.2 NS方程式には，Hagen-Poiseuille流以外の層流厳密解がある

i) Nagata(1990 *JFM*)の一様流ではない定常層流厳密解

ii) Waleffe(2001, 2003)の一様流ではない進行型層流厳密解

4.3 乱流を維持できる最小広さ(Minimal Flow Unit)の発見

Jimenez, Kim & Moin (1991)

4.4 乱流維持機構の解明

i) Fourier成分による．Hamilton, Kim & Waleffe(1995)

ii) Damping filterによる．Jimenez & Pinelli (1999)

4.5 乱流のカオス的周期解．河原.木田 (2001)

4.6 カベ無しの壁乱流 Mizuno & Jimenez (2006)

4.7 乱流は何故渦なのか?

5. 長く繋がる縦渦構造．LSM, VLSM (Adrian et al., Marusic et al.)

6. Stripeの発見－遷移域の構造

7. 何故，層流安定問題の固有値解が，実験と合わないのか.

層流は不安定なのに，何故乱流は(統計平均的に)安定か?

7.1固有値解析の限界.
7.2過渡過程の重要性
7.3 乱流場の最適擾乱

8. 乱流の対数分布則は正しいか？

9. その他の問題

10. 乱流は制御できるか？

11. 乱流研究は何に役立つか？

乱流には構造がある

Corrsin(1954)の主張から始まる

1.乱流には構造がある

1.1 Corrsin(1954)の乱流構造の指摘

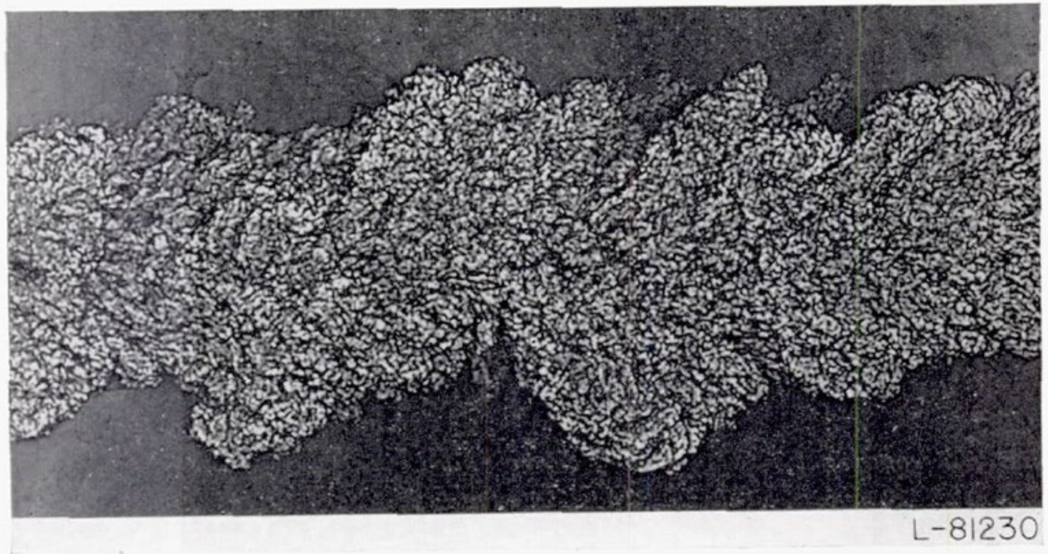


FIGURE 1.—Turbulent wake of bullet. (Courtesy of Ballistic Research Laboratories, Aberdeen Proving Ground.)

1.2 Hama(1956)の壁底面のストリーク構造< Corssin(1957に引用,紹介)

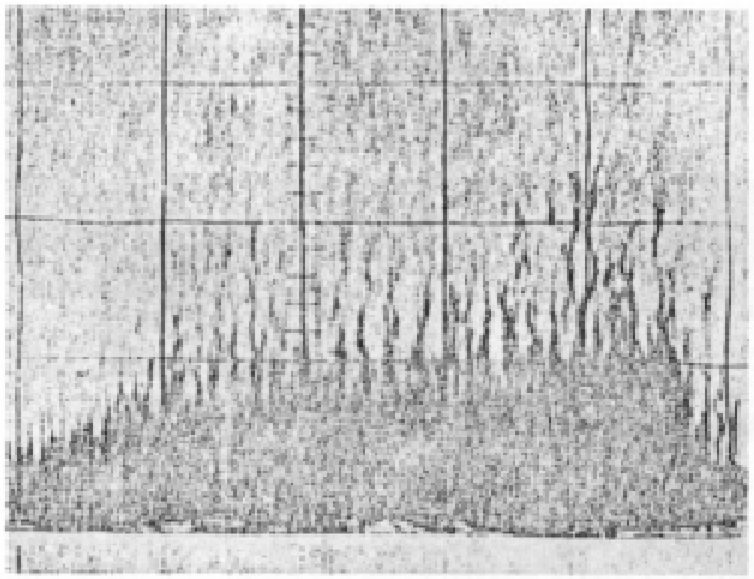
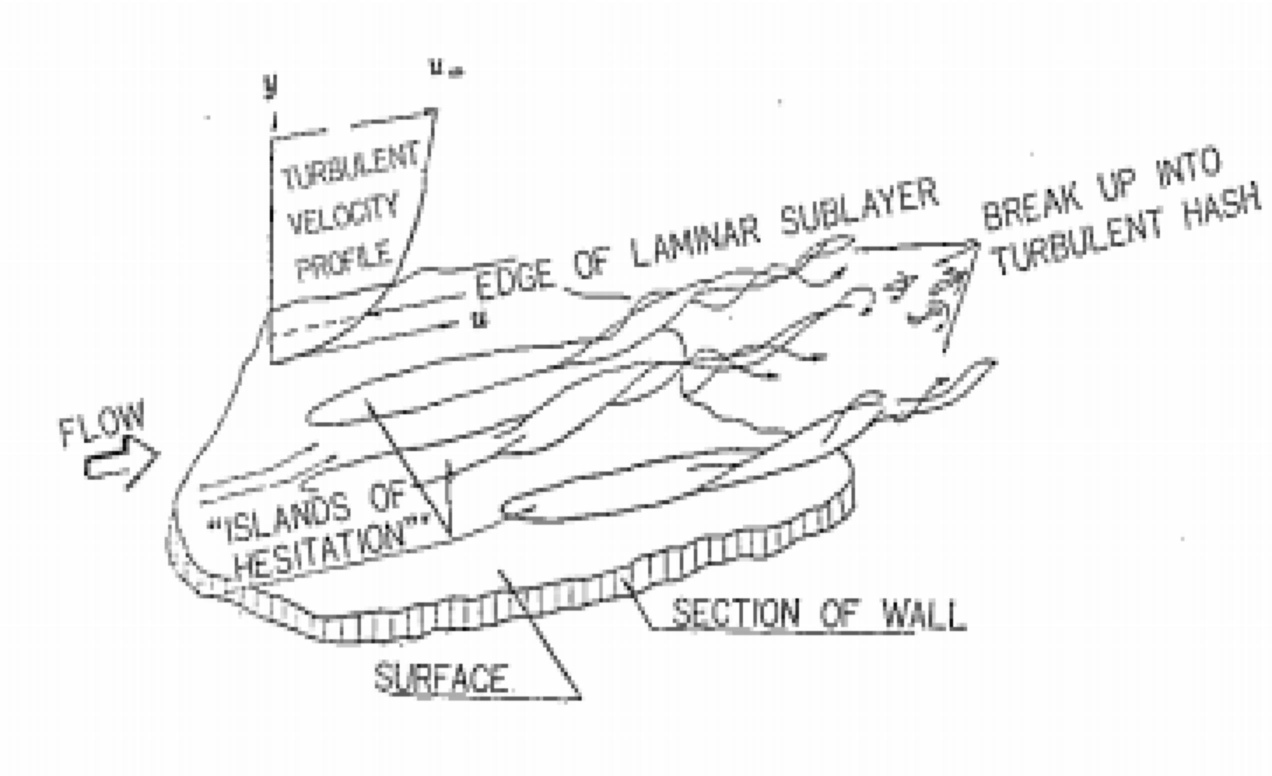


図2　境界層壁面上の染料の streak (Hama, Corrsin (1957) より)

1.3 Kline and Runstadler (1959)のバースティングのスケッチ



1.4 Kline et al. (1967)のstreak

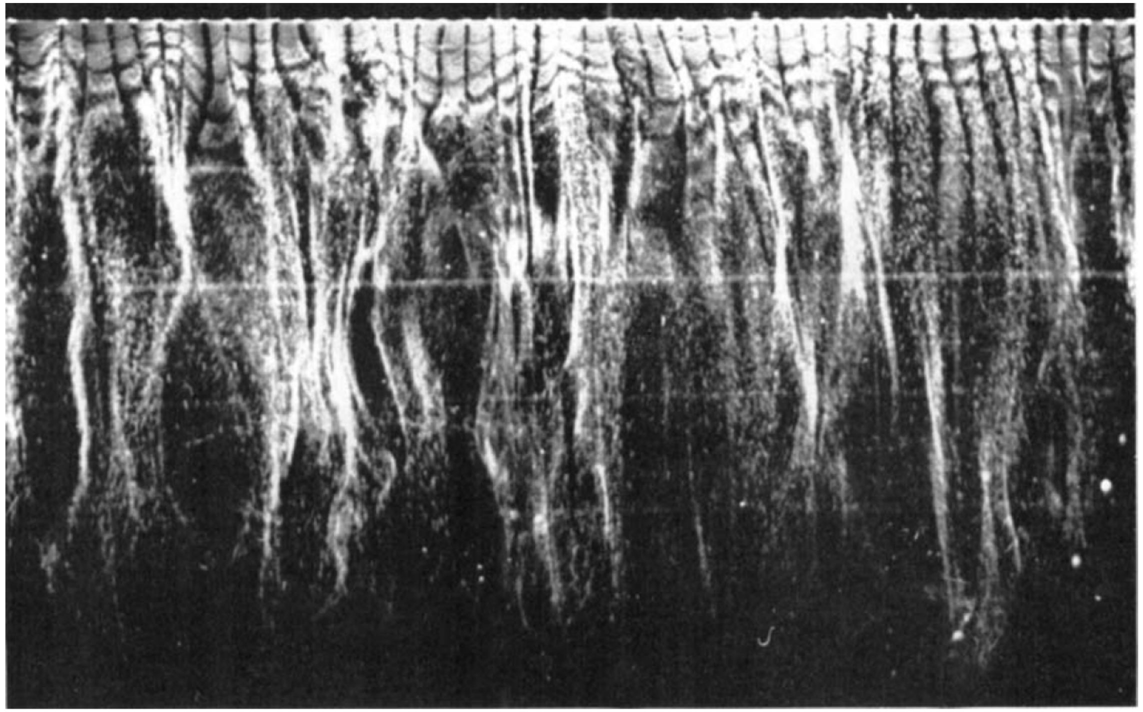


FIGURE 10a. $y^+ = 2{\cdot}7$.

1.5 Kline et al. (1967)のBurst and Sweepの可視化(水素気 泡法,当時の最新技術)

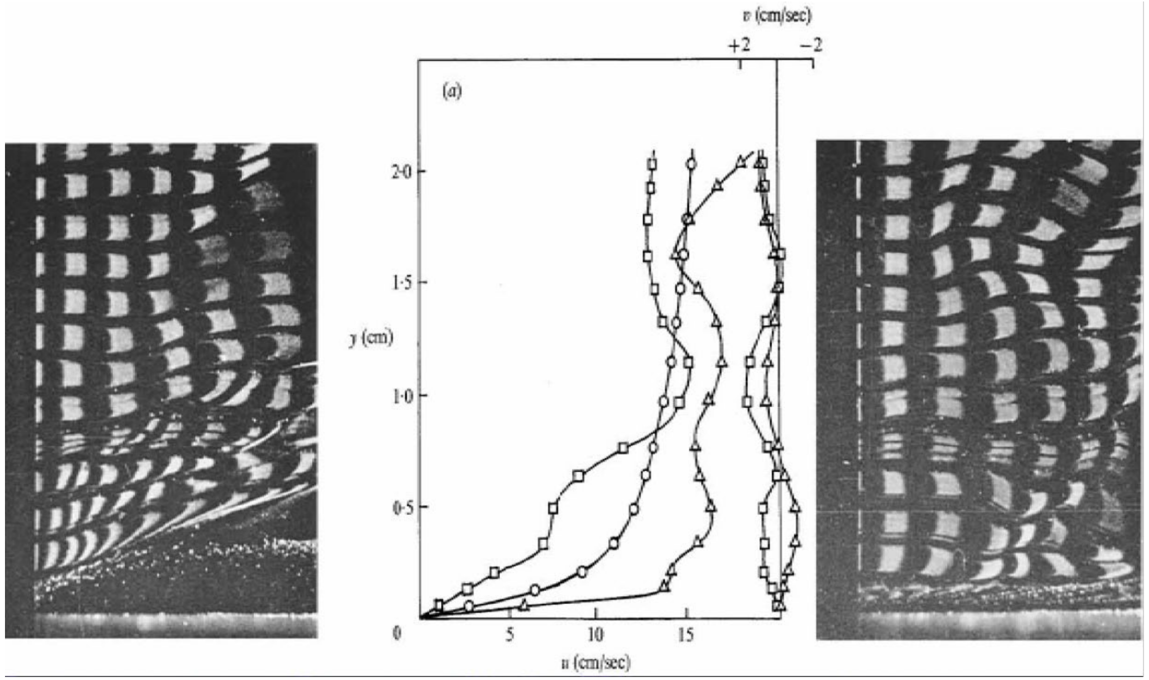


Fig. (左) ejection, (右) sweep, (中央)それぞれの事象流速分布. Kline et al. (1967, fig.19b*, JFM*)

1.6 Hino, Shikata & Nakai (1967, IAHR)の実験

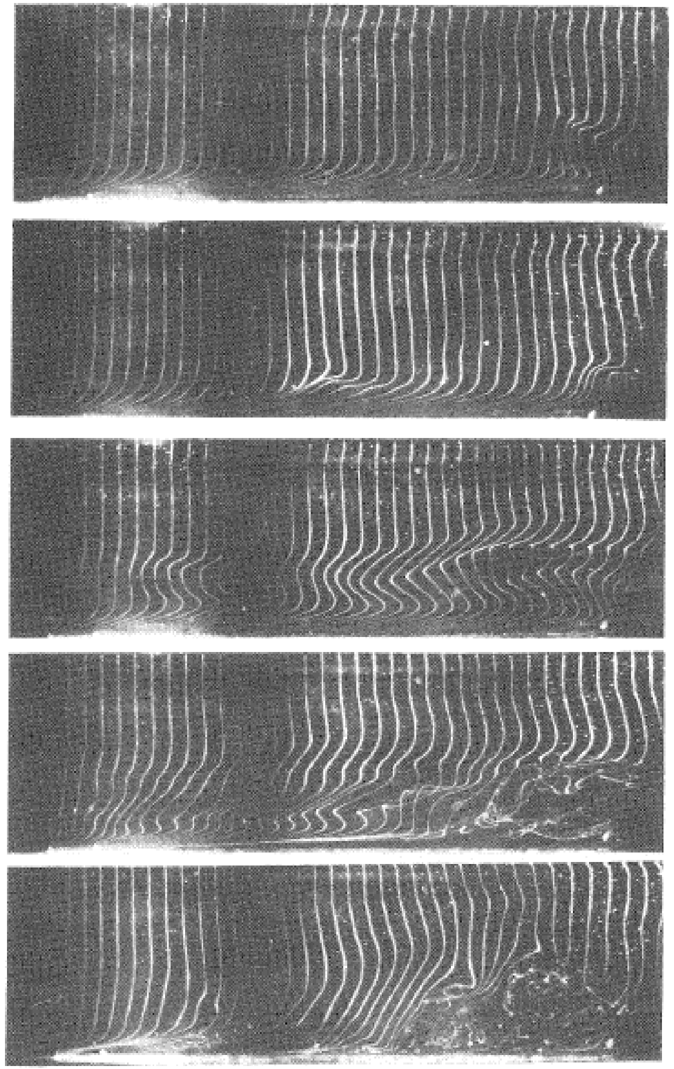


Fig. 1 : A typical example of various phases of the transition process from laminar to turbulence. ($R_\delta = U_0\delta/\nu = 1760$, $x = 155.5$ cm)

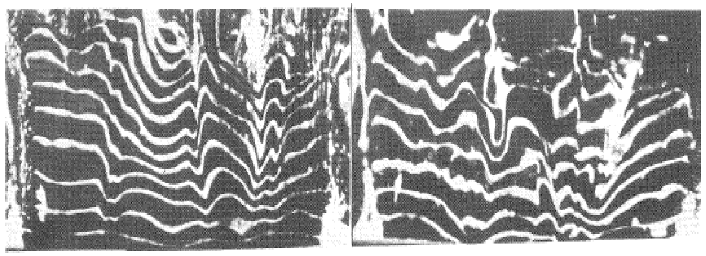


Fig. 4 : Plan views of lines of hydrogen bubbles showing development of a longitudinal vortex system. Positions of platinum wires are y = 1 mm. ($U = 10$ cm/sec, $h = 5.0$ cm, $d\rho/dy = 1.3 \times 10^{-3}$ g/cm^4)

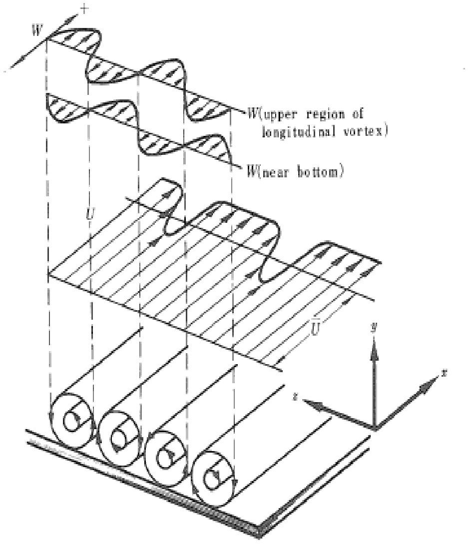


Fig. 5 : The three-dimensionality of the mean velocity distribution due to longitudinal eddy systems, schematically illustrated after measurements by Klevanoff et al[6]

2. 壁乱流のコヒーレント(大規模秩序)構造の発見と展開

Kline達の*JFM*論文を機に，乱流研究の方向が一遍します．谷一郎先生は，これを「**Kine革命**」と呼んでいました．

2.1 渦とは何か

2.1.1「渦」と「渦度」は違う

一般に「渦」英語ではvortex，eddy，swirl，whirと呼ばれるものは，流体力学の「渦度」Vorticityとは異なります．

渦(eddy, vortex, whirl, swirl) ≠渦度(vorticity,　ω)

2.1.2 渦の定義—渦の定量的な数学的な定義

渦の表現法はPerry & Chong(1987)が最初でしょう．それ以降沢山の方々の論文が，定義法があります．

Perry & Chong (1987)
Hunt, Wray & Moin (1988)
Chong, Perry & Cantwell (1990)
Cantwell (1993)
Lopez & Bulbeck (1993)

幾つかの定義を纏め，それぞれの結果を比較したのが

Chakraborty, Balachandar & Adrian (2005)

a. 第2不変量Qによる判定法

この渦の定義(判定法,criterion)は，Hunt，Wray & Moin (1988)によるもので，最も早く提案された定量的な「渦」の定義であり，かつ現在も広く使われています.

速度勾配テンソル$\boldsymbol{W}(\partial u_i / \partial x_j = \nabla u)$は，テンソル理論により3つの不変量 P, Q, Rをもちます.
第2不変量Qは,式(2.61)

$$Q = (1/2)(\Omega_{ij}^2 - S_{ij}^2)$$
$$= (1/2)\left(\| \Omega \|^2 - \| S \|^2 \right)$$

< Jeong & Hussain 1995, p.75]

b. △判定法 (判別式法)

この判定法は，Cantwell(1978, 1981), Chong, Perry & Cantwell(1990, p.770)によるものである. 彼らは臨界点理論(critical point theory)に基づいては，「渦芯は速度勾配テンソルの固有値が複素数の領域」であり，そのためには，特性方程式の判別式(discriminant) △は正でなければならないとしました(Jeong & Hussain 1995, p.75; Chakraborty et al. 2005, p.192). Chakraborty et al.(1990, p.770)では,歪み率(rate-of-strain)テンソルとしている.

$$\triangle = ((1/3 \cdot Q)^3 + (1/2 \cdot R)^2 > 0$$

c. λ_{ci} (swirling strength)判定法

　この「渦」の定義(旋回強度swirling strength法)は，Zhou, Adrian, Balachandar & Kendall (1999)により導入され，Chakraborty, Balachandar & Adrian(2005)により改良されました．同様な方法はBerdahl & Thompson(1993)によっても提案されています．これは速度勾配テンソルの共役複素固有値，

$$\lambda = (\lambda_{cr} \pm i\lambda_{ci})$$

の虚数部です．

d. 低圧力法，局所的圧力極小法(Kida & Miura, 1998) 圧力勾配テンソルによる方法

e. λ_2 渦判別法

非定常性や粘性を無視すれば，非圧縮性Navier-Stokes 方程式の勾配の対称部は

$$S^2 + \Omega^2 = -(1/\rho)\ \nabla(\nabla p)$$

対称テンソル$S^2 + \Omega^2$ の固有値を順に$\lambda_1 \geqq \lambda_2 \geqq \lambda_3$とすれば，渦コアー内の全ての点で

$$\boldsymbol{\lambda_2 < 0}$$

である要請が局所的圧力極小域を定義する．

2.1.3　様々な渦同定法間の相互関係は，次式のように導かれる(Chakeaborty et al. 2005, p.197).

$$Q = \lambda_{ci}^2(1-3(\lambda_{cr}/\lambda_{ci})^2),$$

$$\triangle = (\lambda_{ci}^6/27)[1+9(\lambda_{cr}/\lambda_{ci})^2]^2,$$

$(\lambda_{cr}/\lambda_{ci})$が小さければ,

$$\triangle/\lambda_{ci}^6 \rightarrow (1/27)+(2/3)(\lambda_{cr}/\lambda_{ci})^2$$

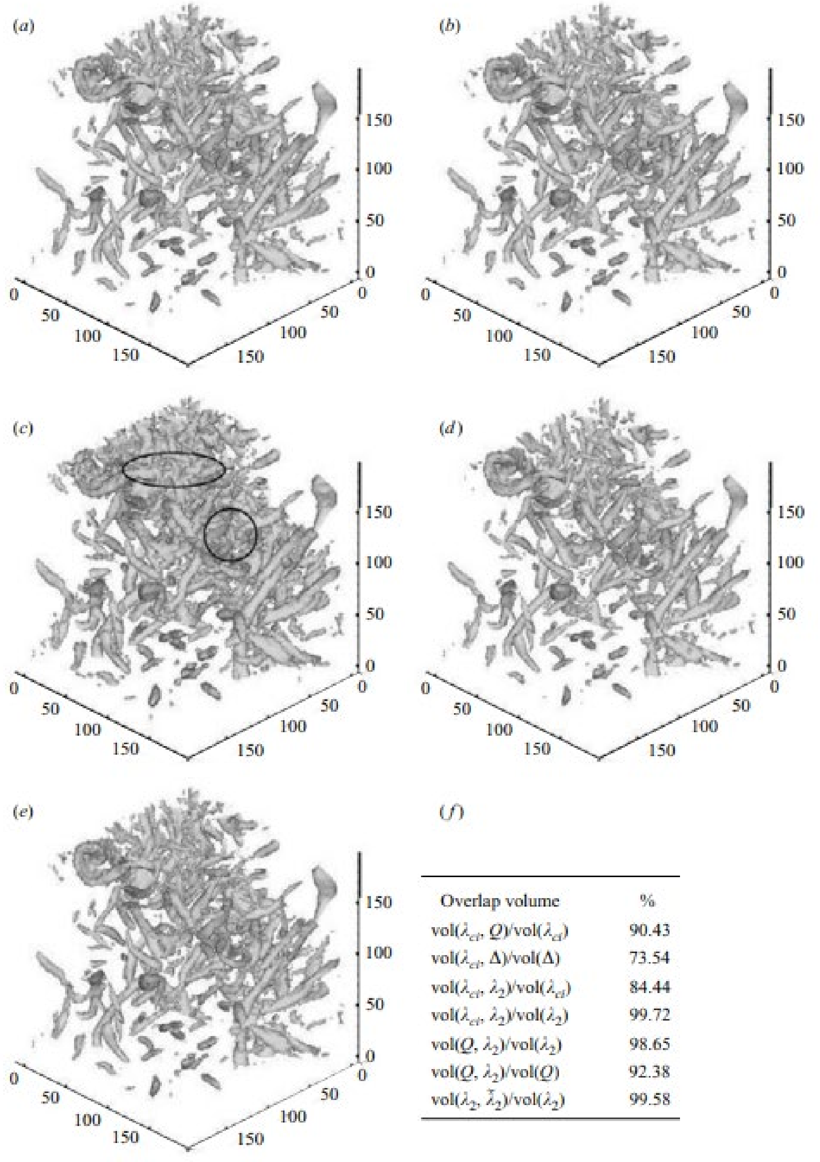
2.1.4様々な渦同定法を相互に同じ基準で比較

するために,
Chakraborty, Balachandar & Adrian (2005, p.207)は次のような**等価閾値**を提案している.
λ_{ci}法の渦判定の閾値を

$$\lambda_{ci} \geqq (\lambda_{ci})_{th} = \epsilon \quad , \qquad (\lambda_{cr} / \lambda_{ci}) \leqq (\lambda_{cr} / \lambda_{ci})_{th} = \delta$$

とするとき, 他の渦同定法のこれと等価な閾値を

$$Q \geqq Q_{th} = \epsilon^2$$
$$\triangle \geqq \triangle_{th} = (1/27)\epsilon^6$$
$$\lambda_2 \leqq (\lambda_2)_{th} = -\epsilon^2$$



Overlap volume	%
vol(λ_{ci}, Q)/vol(λ_{ci})	90.43
vol(λ_{ci}, Δ)/vol(Δ)	73.54
vol(λ_{ci}, λ_2)/vol(λ_{ci})	84.44
vol(λ_{ci}, λ_2)/vol(λ_2)	99.72
vol(Q, λ_2)/vol(λ_2)	98.65
vol(Q, λ_2)/vol(Q)	92.38
vol(λ_2, $\tilde{\lambda}_2$)/vol(λ_2)	99.58

FIGURE 11. Vortex worms in isotropic turbulence. For the sake of clarity $(1/4)^3$ of the volume of the entire simulation box is shown. The different non-dimensional thresholds are computed using equation (5.2) for $(\lambda_{ci})_{th} = 0.8$: (a) λ_{ci}; (b) Q; (c) Δ; (d) λ_2; (e) $\tilde{\lambda}_2$. Frame (f) shows the quantitative comparison of the overlapping volume measure for the different criteria.

Chakraborty, Balacnanddar & Adrian 2005 *JFM*

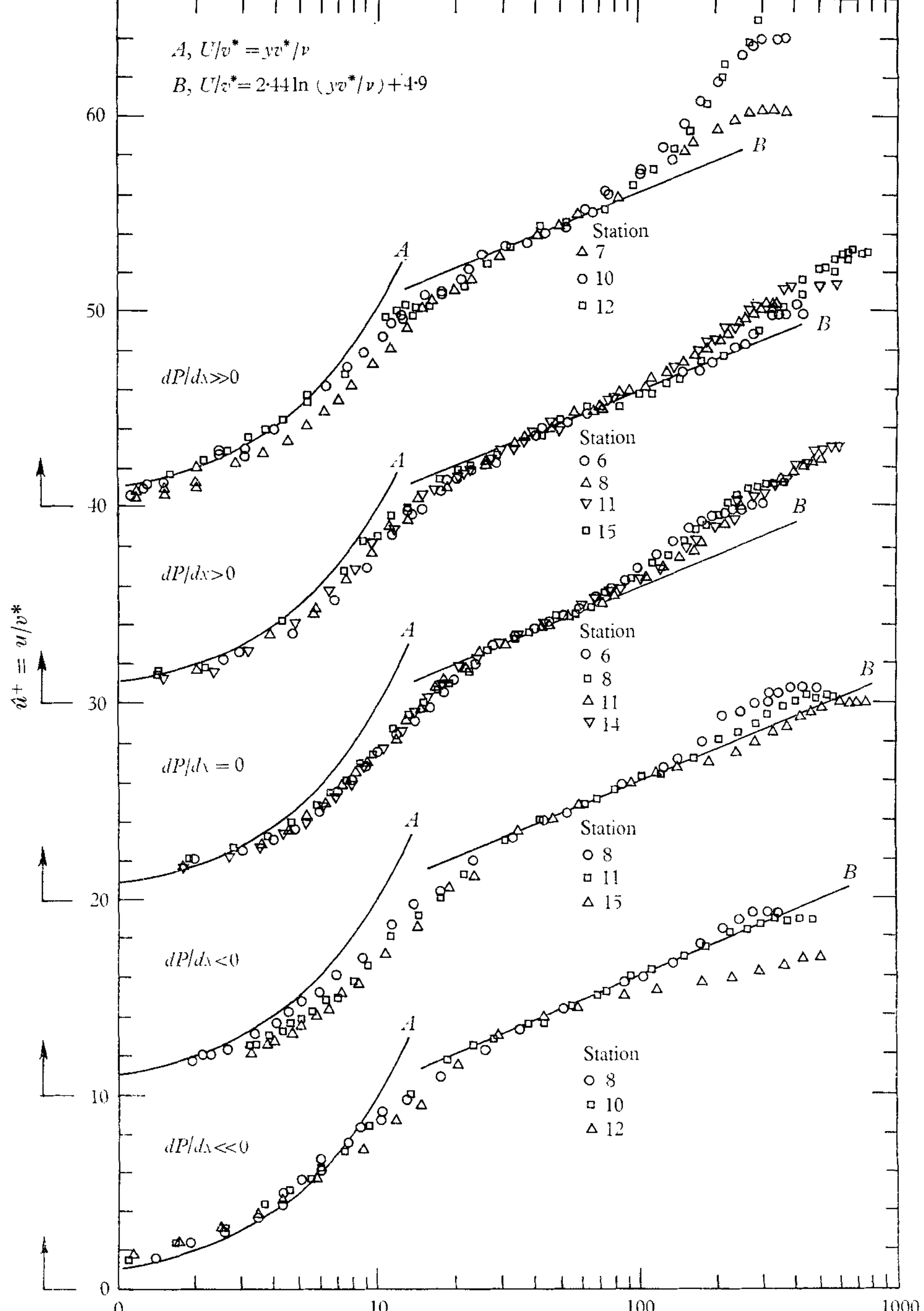
Fig. 2.1 : 様々な「渦」の定義法による「渦」の比較

2.2乱れの計測法とその進歩(省略)

ヘアーピン渦の(研究)時代

2.3 壁乱流の領域区分

a） 対数スケール表示



b) 実スケール表示

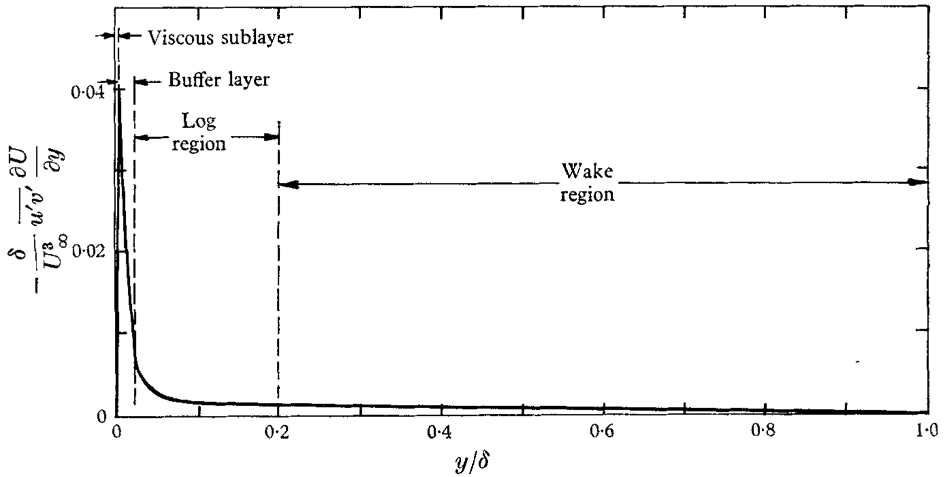


FIGURE 1*a*. Normalized turbulence energy production rate per unit volume in a typical boundary layer (Klebanoff 1954).

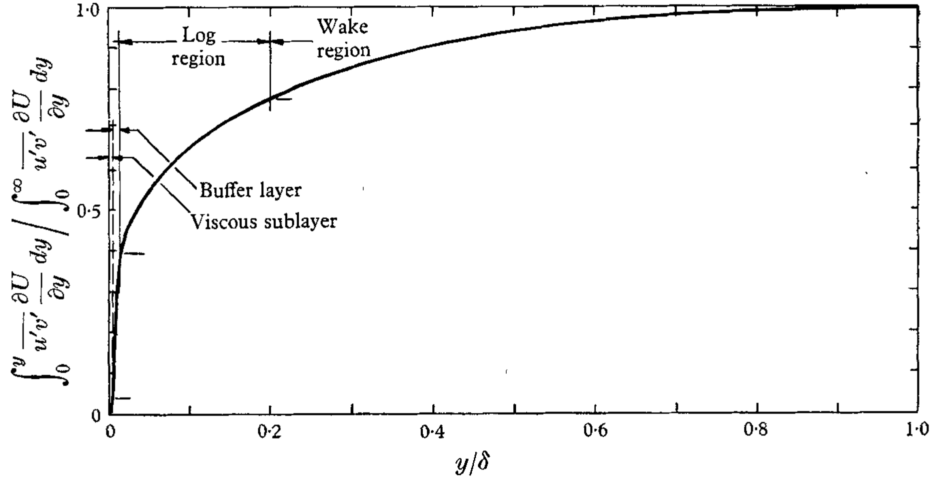


FIGURE 1*b*. Cumulative turbulence energy production rate in a typical turbulent boundary layer (Klebanoff 1954).

1.5 Kline et al. (1967)のBurst and Sweepの可視化(水素気 泡法,当時の最新技術)

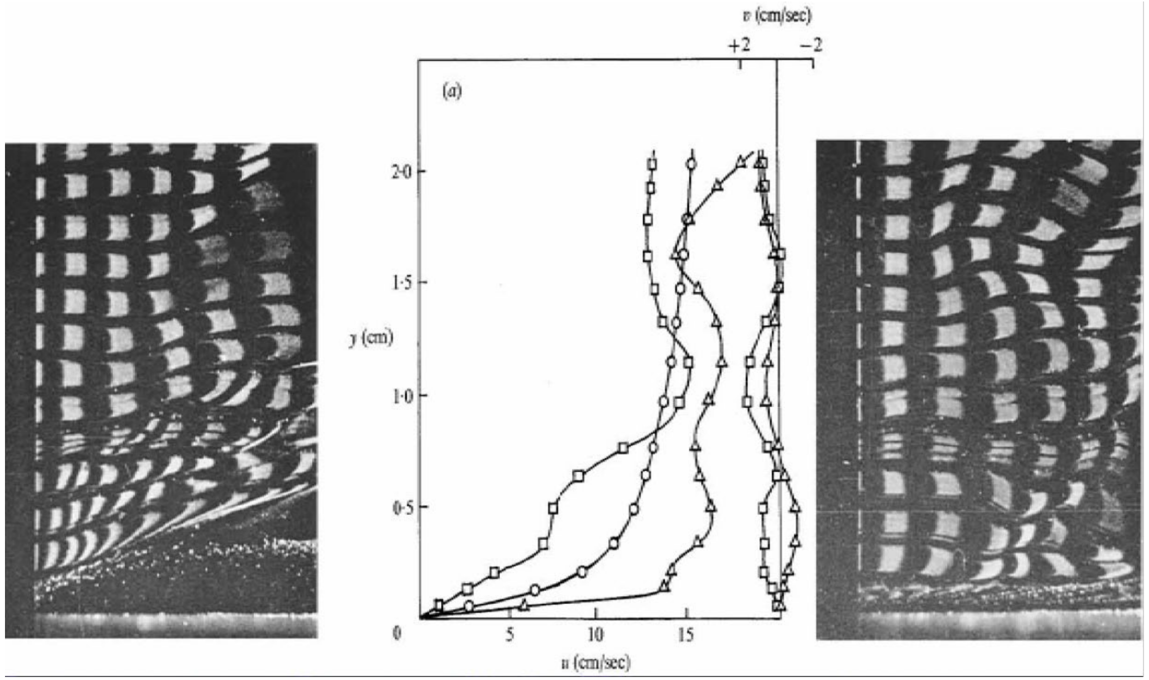
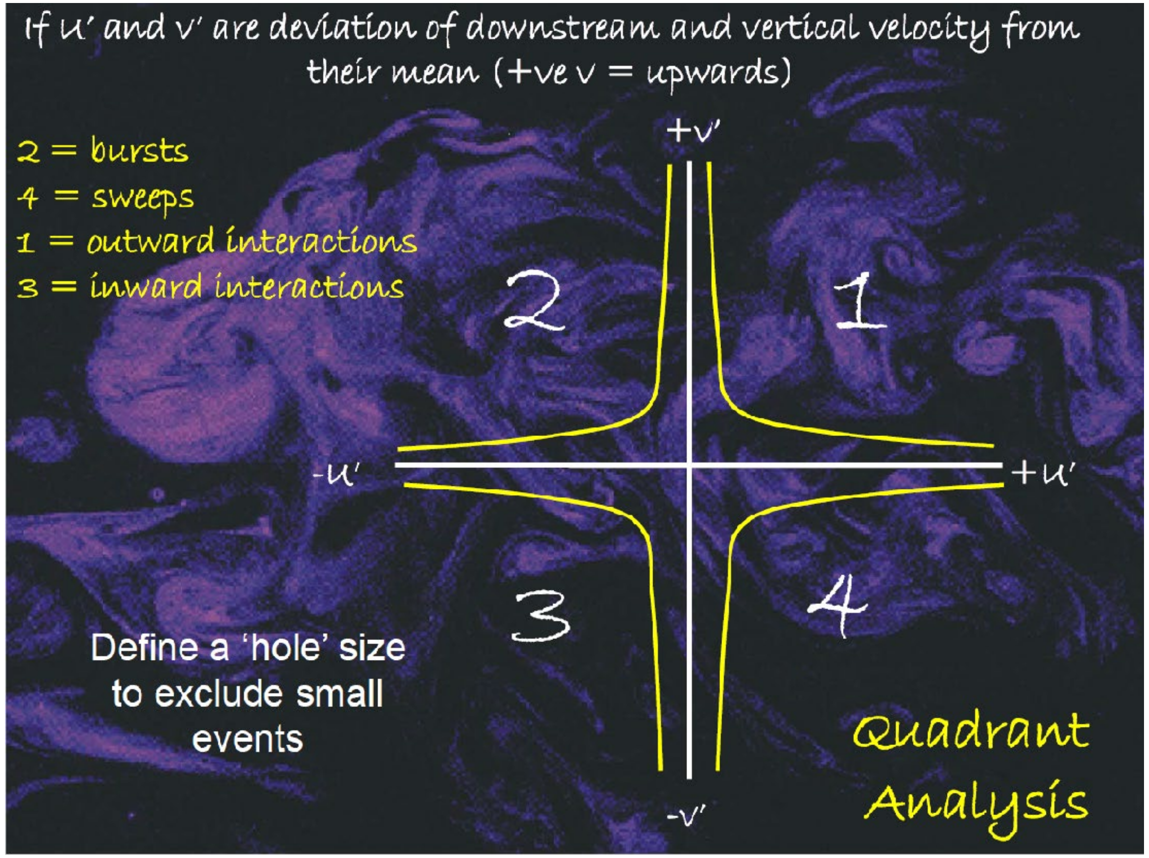


Fig. (左) ejection, (右) sweep, (中央)それぞれの事象流速
分布. Kline et al. (1967, fig.19b, *JFM*)

2.4ヘアーピン渦の(研究)時代

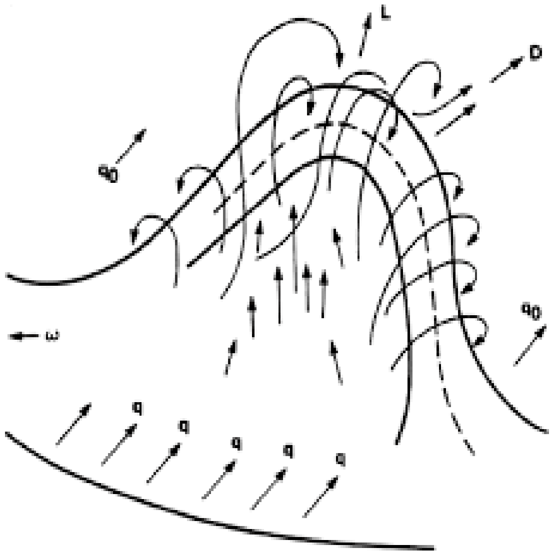
2.4.1 Bursts,　Ejection & Sweeps　(4象限分類法)

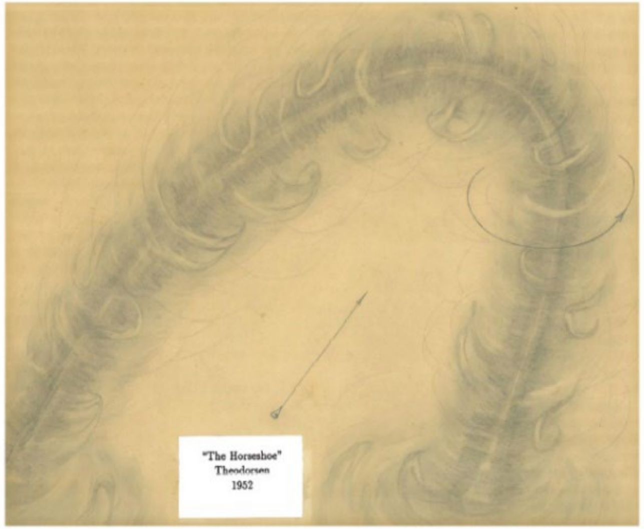


Ejection =壁面付近からの低速流体の爆発的吹き上げ
Sweep =高速流体の上方向からの吹き下ろし

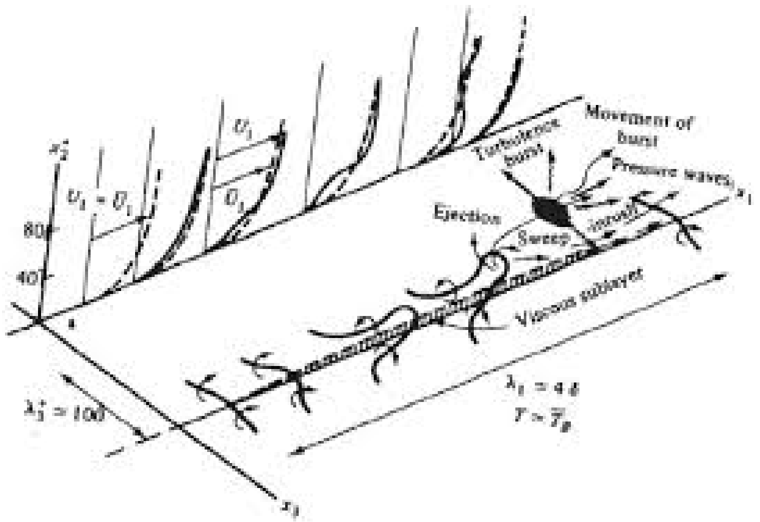
2.4.2ヘアピン渦モデルの提案者

a) Theodorsen(1952)のhorseshoe vortexモデル.





b) Kline et al.のモデル



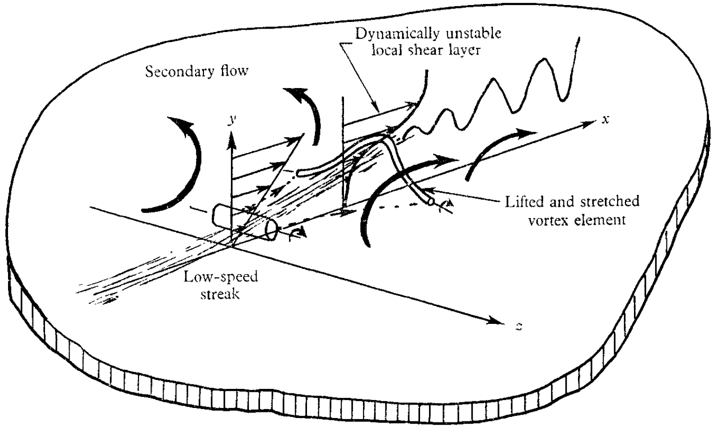


FIGURE 19*b*. The mechanics of streak breakup.

Fig. Offen & Kline (1975)

c) Head & Bandyopadhyay(1981)の実験

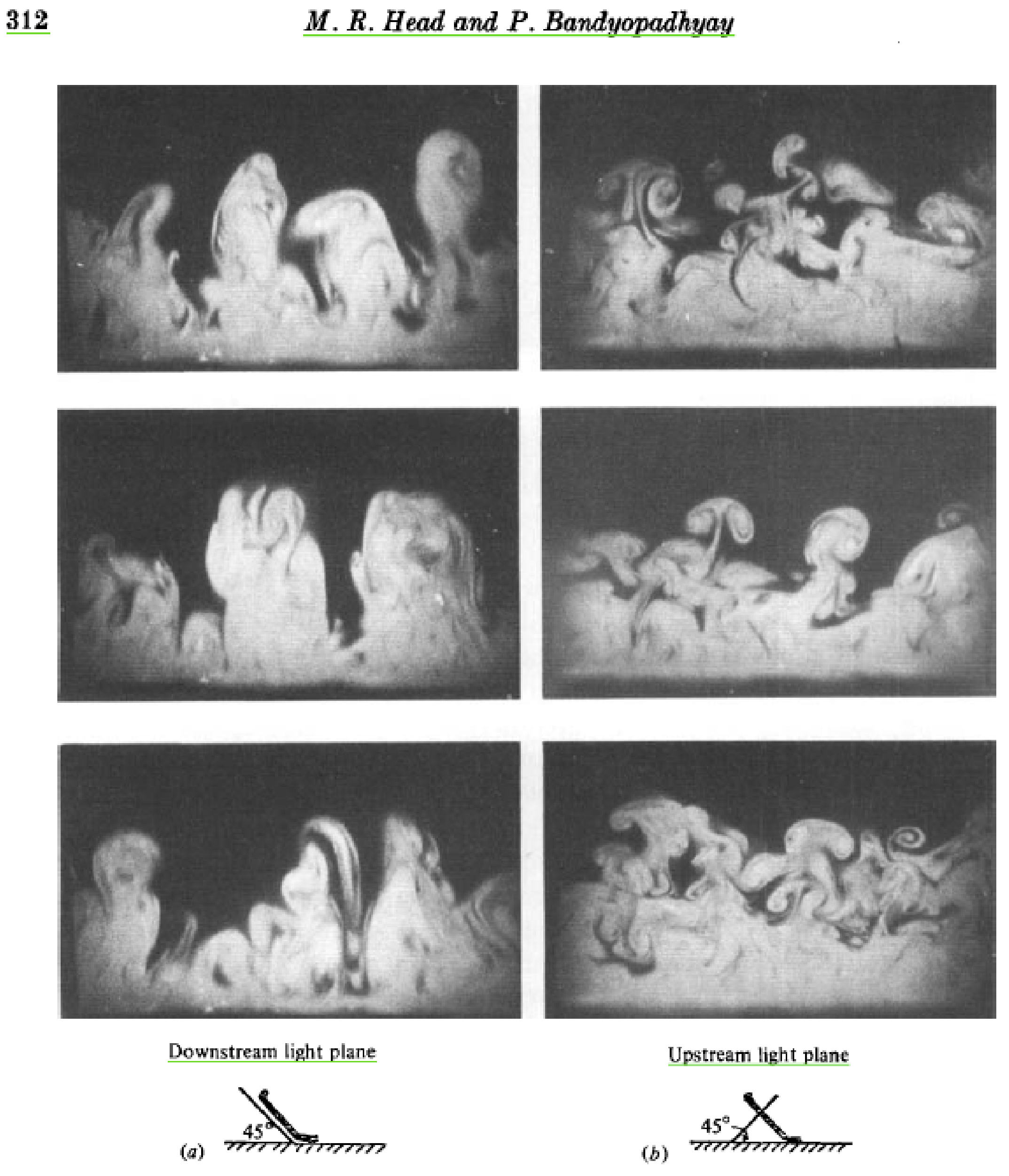


FIGURE 21. Comparison between views with transverse light plane inclined at (a) 45° downstream and (b) 45° upstream. $Re_\theta = 600$.

大成博文．佐賀孝徳．斉藤　隆（1982）
も同様な発表を行っている．

2.4.3ヘアピン渦の確認者は誰か？　ヘアピン渦の定量的計測.検出

（1）統計処理からの確認

定量的な実験結果としては，Grant(1958)，Townsend(1970)は相関測定から，Bakewell & Lumley(1971)は時空間測定データーの統計処理－POD（Proper Orthogonal Decomposition)(図－5.18)により流下方向の渦対の存在を抽出し確認しています．

（1）実験から

条件付きサンプル法

a）**Blackwelder & Kaplan**（Ramp信号とその時に得られる多数の点の信号から **Hairpin渦の存在を推定**）

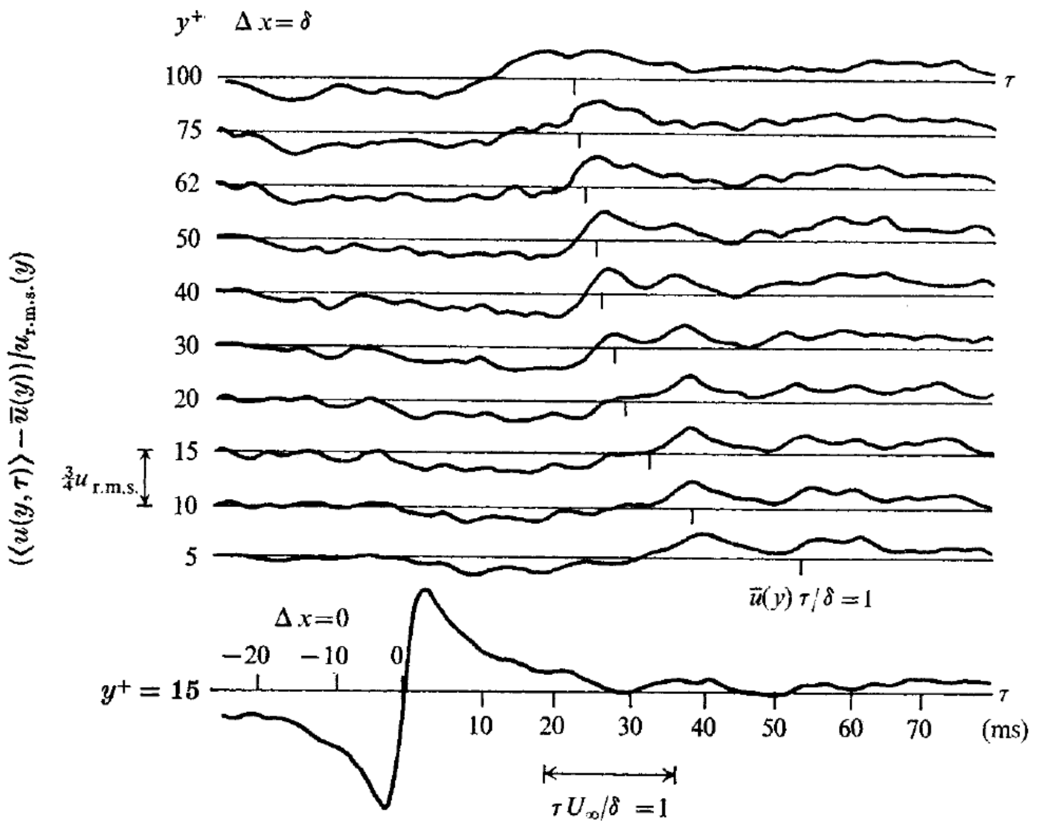


Fig. Blackwelder & Kaplan 1976, *JFM* 76

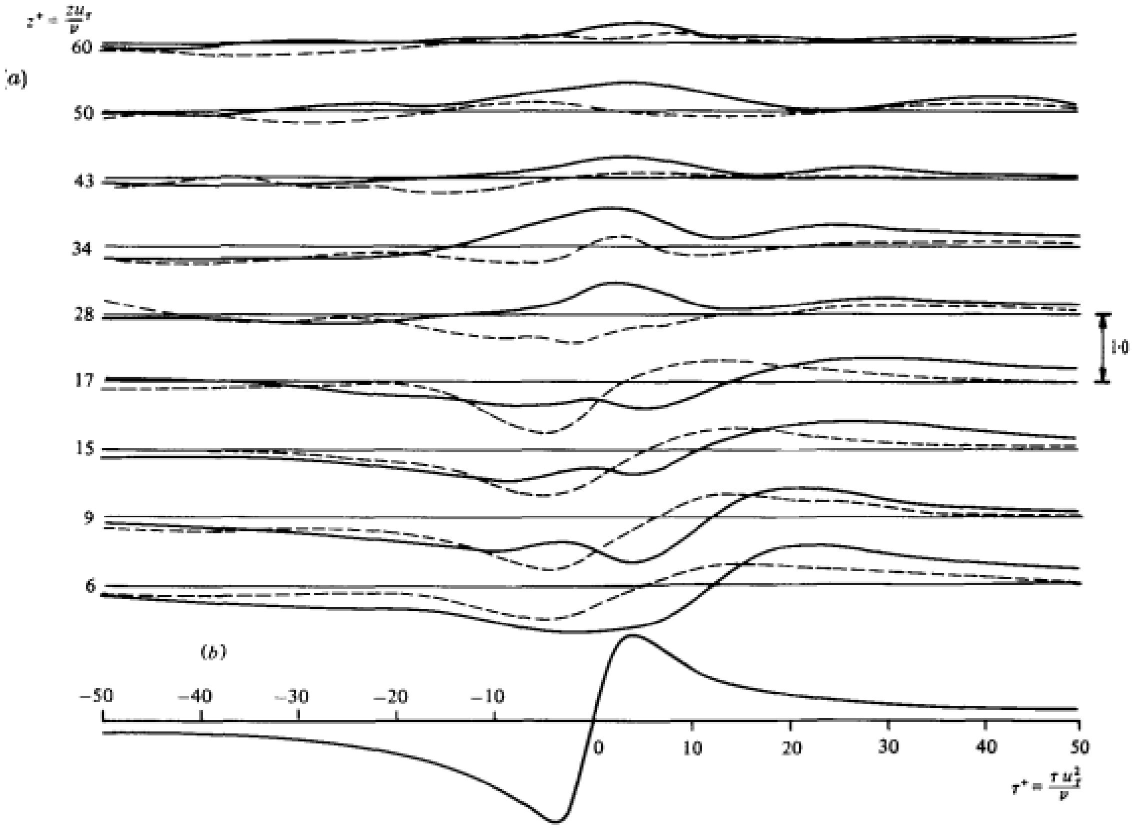


FIGURE 6. Conditional averages (*a*) of the gradients of the streamwise and spanwise velocities on the wall at various spanwise locations and (*b*) of the streamwise velocity at $y^+ = 15$. The probe configuration shown in figure 1 (*a*) was used.

(*a*) ——, $[\langle (du/dy)|_w\rangle - (d\overline{U}/dy)|_w]/[(du/dy)|_w]_{\text{rms}}$; – – –, $\langle (dw/dy)|_w\rangle/[(dw/dy)|_w]_{\text{rms}}$.

(*b*) $(\langle u(y^+ = 15)\rangle - \overline{U})/u_{\text{rms}}$.

Fig. Blackwelder & Eckelmann (1979) *JFM* a）佐藤浩と高木正平，福西祐（実際にhairpin渦を示した）

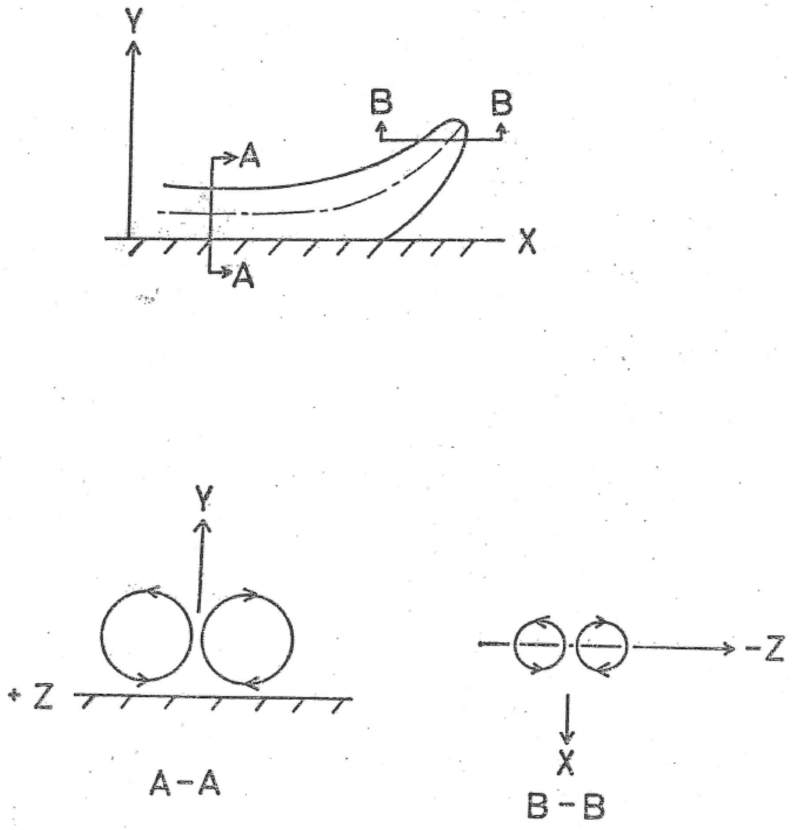


FIG.5-44 Rise mode 発生時における渦モデル

Fig. ヘアーピン渦　高木 1976, 東大 博士論文(1978)

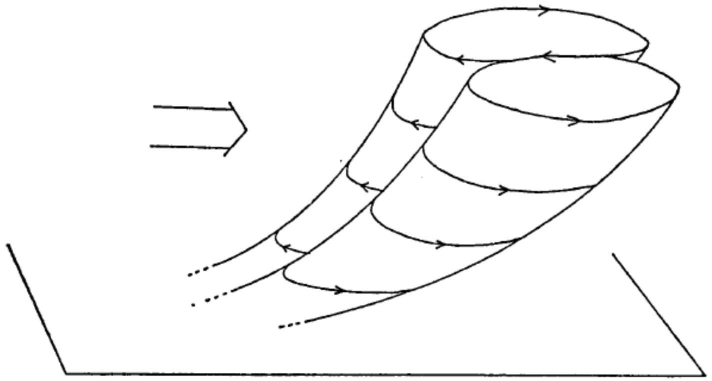


図8　バナナ型の渦対のモデル

Fig. 2a: 福西．高木．佐藤

$0.01U_\infty$

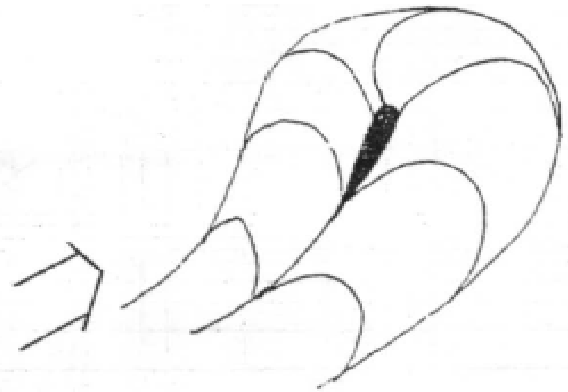


図8　乱流境界層の渦構造——バナナ渦
（佐藤・福西）

Fig. 2b: 佐藤．福西

3.ヘアーピン渦の働き

3.1 Hairpin vortexの作用

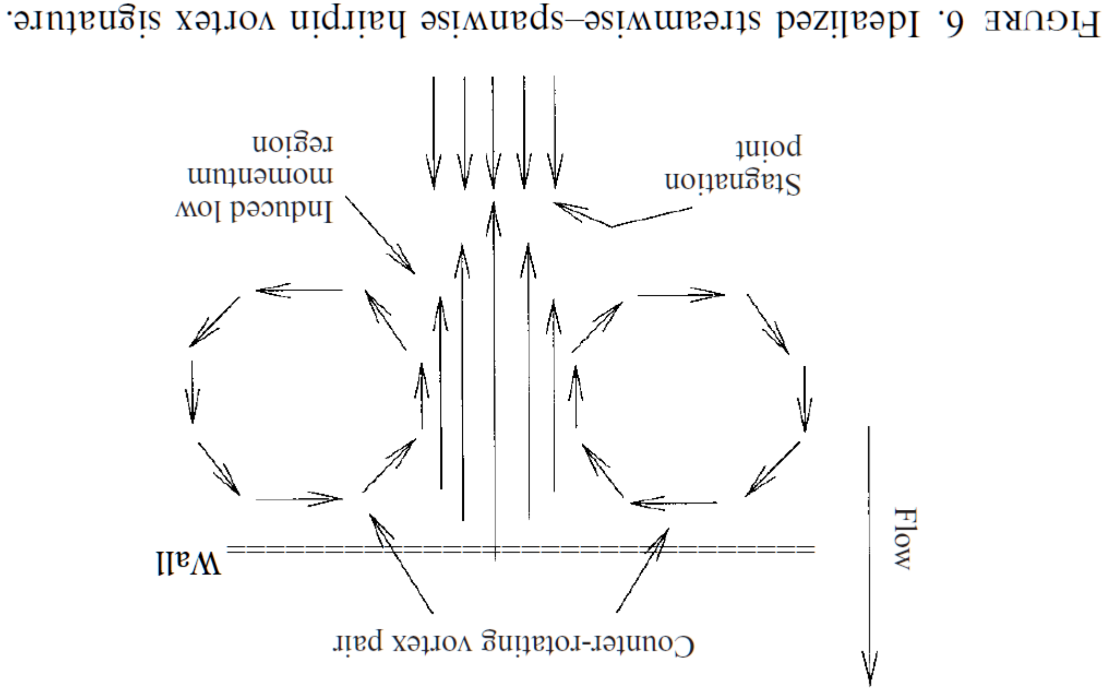


Fig. 6 Idealized streamwise-spanwise hairpin vortex signature.
Tomkins & Adrian 2003, *JFM* 490 (原図を180°回転し解り解り易くしている)
渦ペアーの間の低速流体を吹き上げ，hairpin渦の頭部の作用で上方の高速流体を吹き下ろす

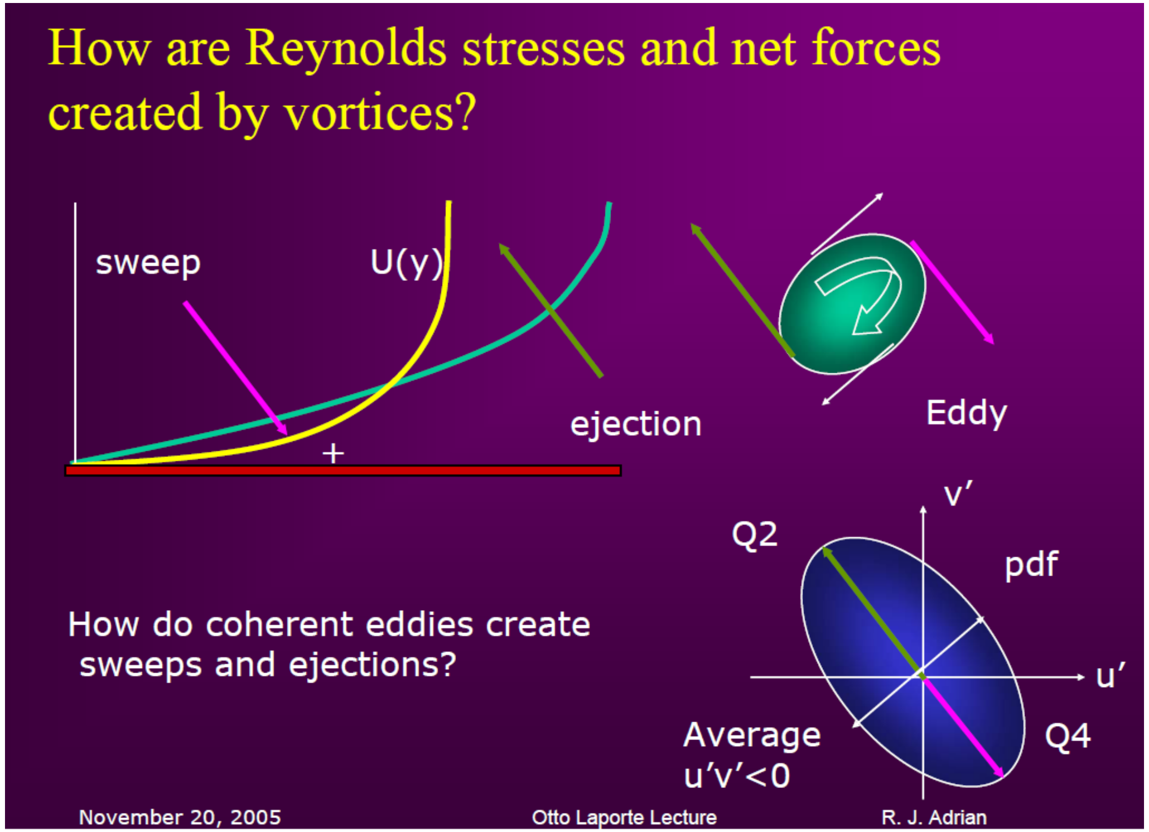
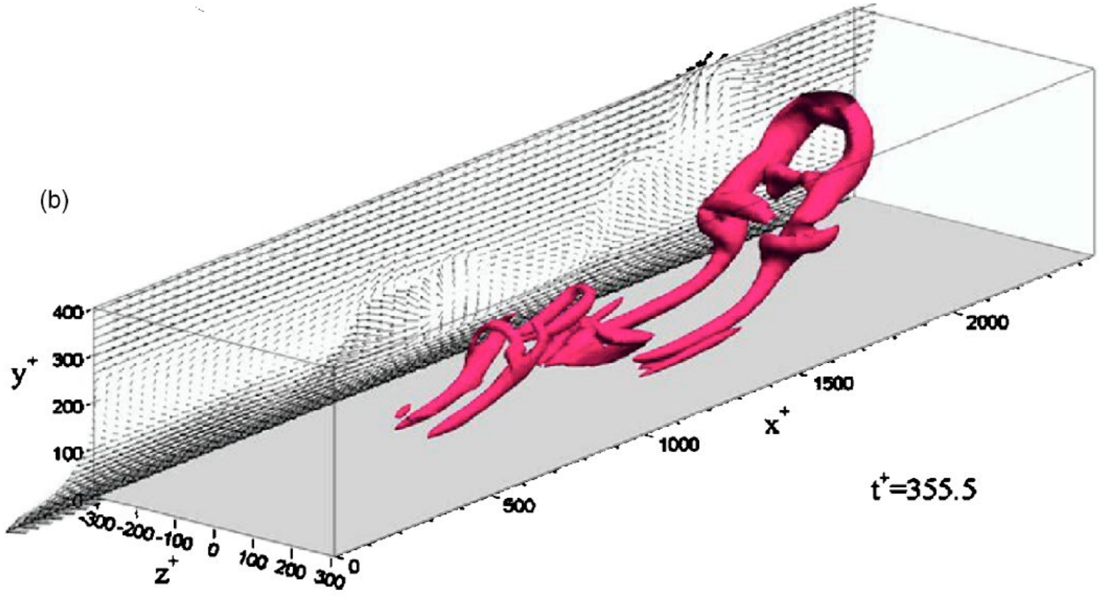
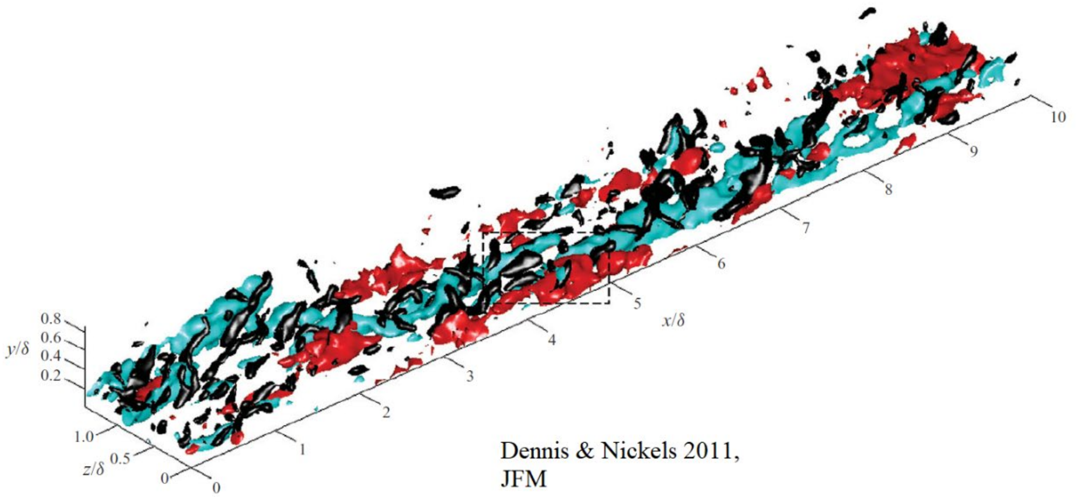


Fig. Adrian 2005, イジェクション時とスウィープ時の流速分布曲線



(b)
400
300
200
100
0
y^+
-300 -200 -100 0 100 200 300
z^+
0
500
1000
1500
2000
x^+
t^+=355.5

(3)数値シミュレーションから：



Dennis & Nickels 2011, JFM

3.2 Hairpin packet

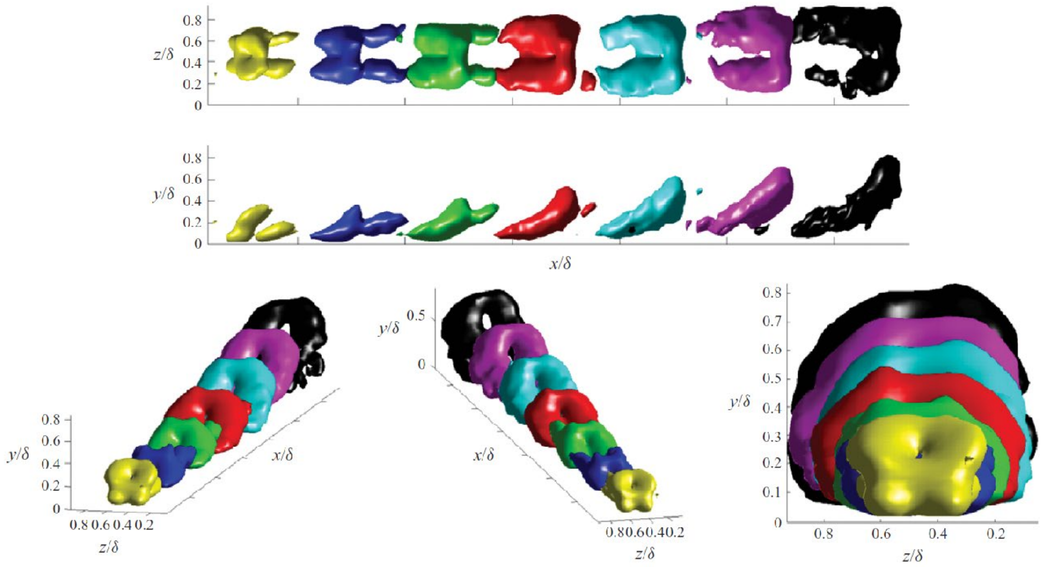
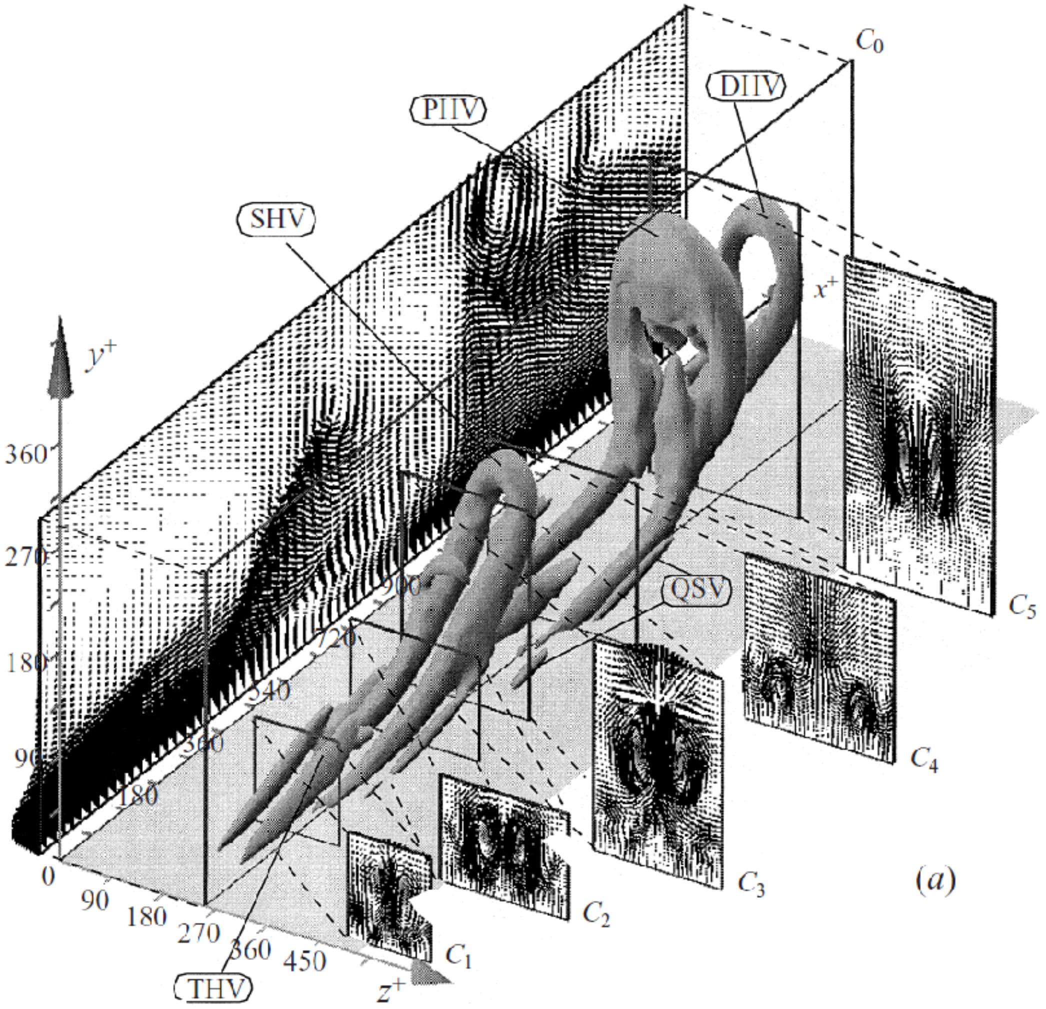


FIGURE 17. (Colour online) Conditionally averaged swirling fields given spanwise swirl. Condition is for $\lambda_{ci_z} > 0.18\lambda_{ci_z,max}$, iso-surfaces shown are for $\lambda_{ci,iso} = 0.08\lambda_{ci,max}$. Tick marks on the x/δ axis are one unit apart. Dennis & Nickels 2011 *JFM*



C_0
DHV
PHV
SHV
y^+
x^+
360
270
180
90
0
900
720
540
360
180
90
180
270
360
450
z^+
QSV
THV
C_1
C_2
C_3
C_4
C_5
(a)

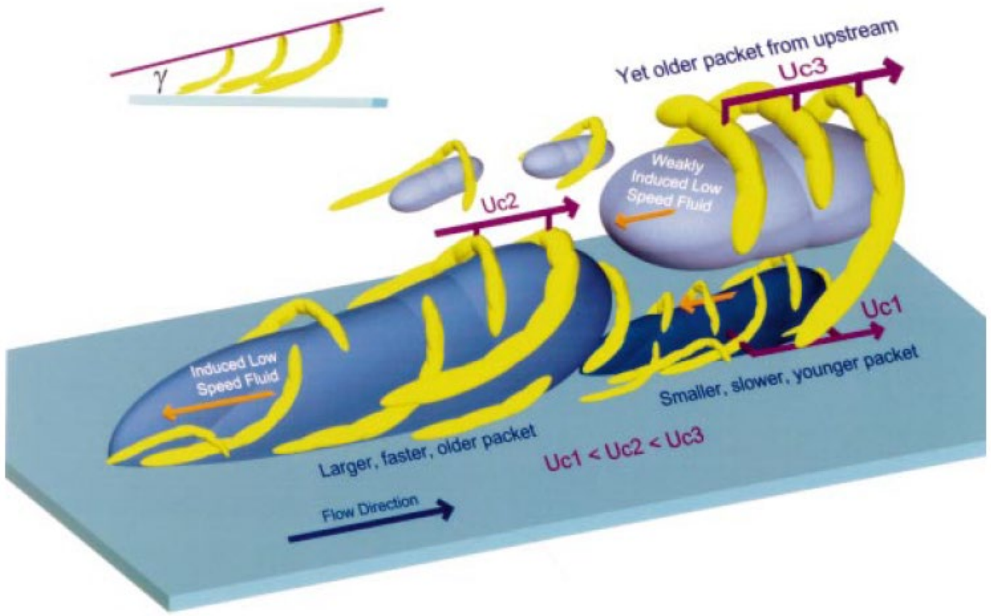
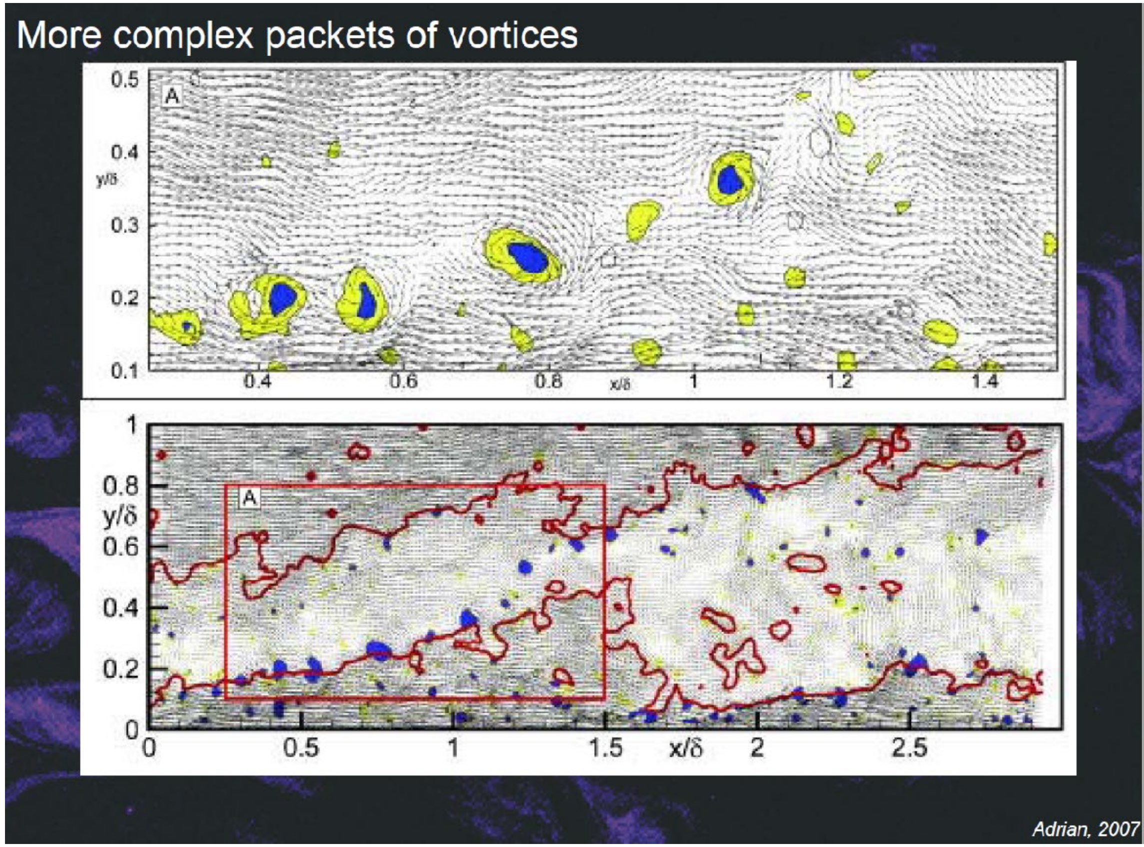


FIGURE 25. Conceptual scenario of nested packets of hairpins or cane-type vortices growing up from the wall. These packets align in the streamwise direction and coherently add together to create large zones of nearly uniform streamwise momentum. Large-scale motions in the wake region ultimately limit their growth. Smaller packets move more slowly because they induce faster upstream propagation.



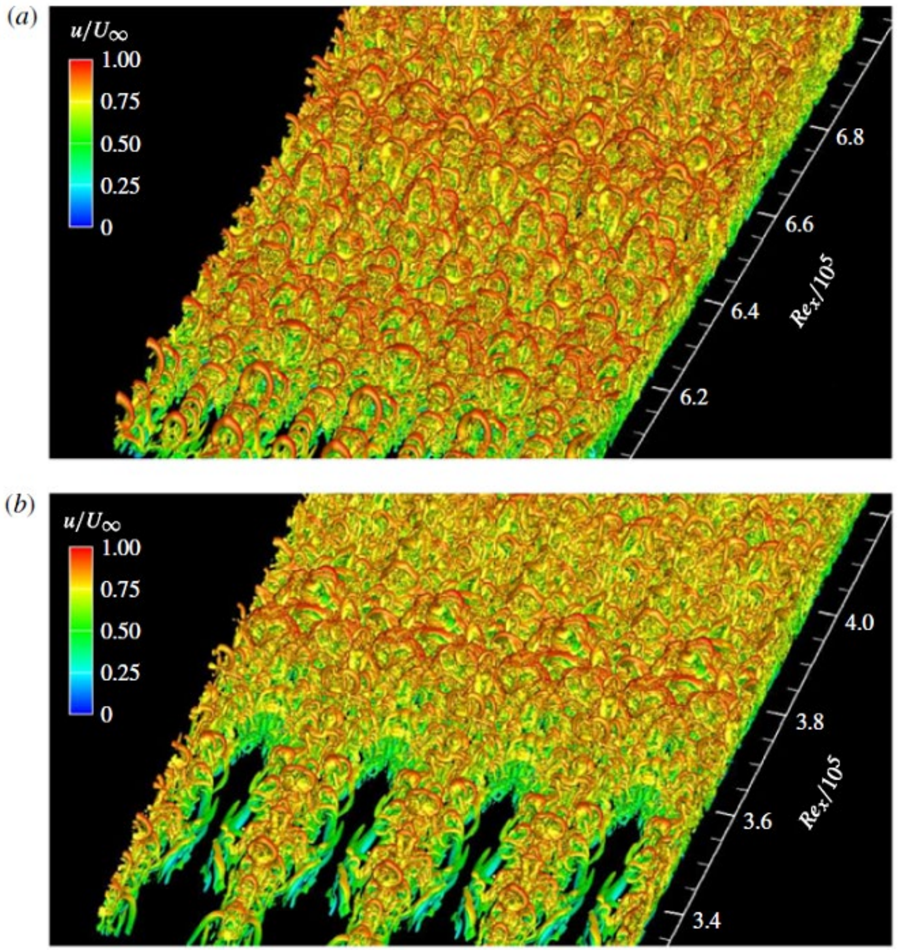
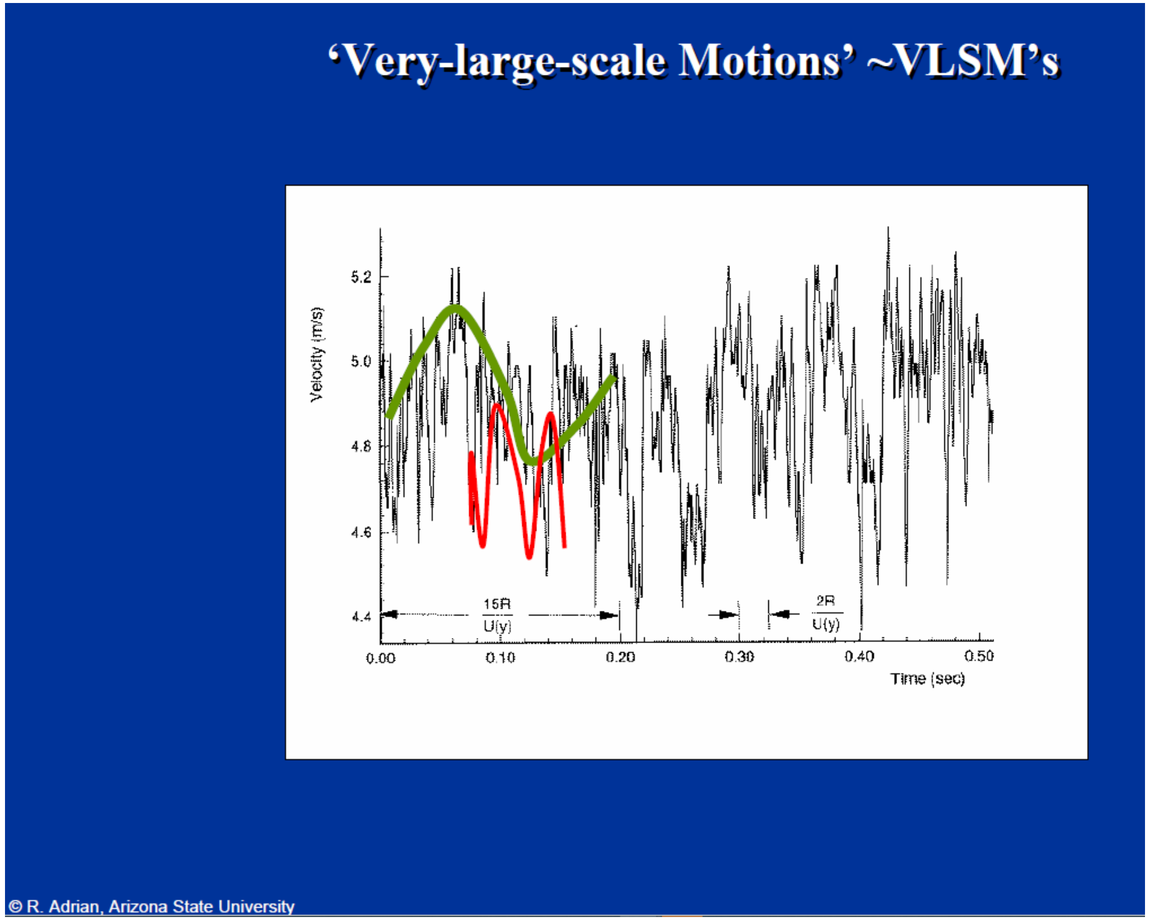
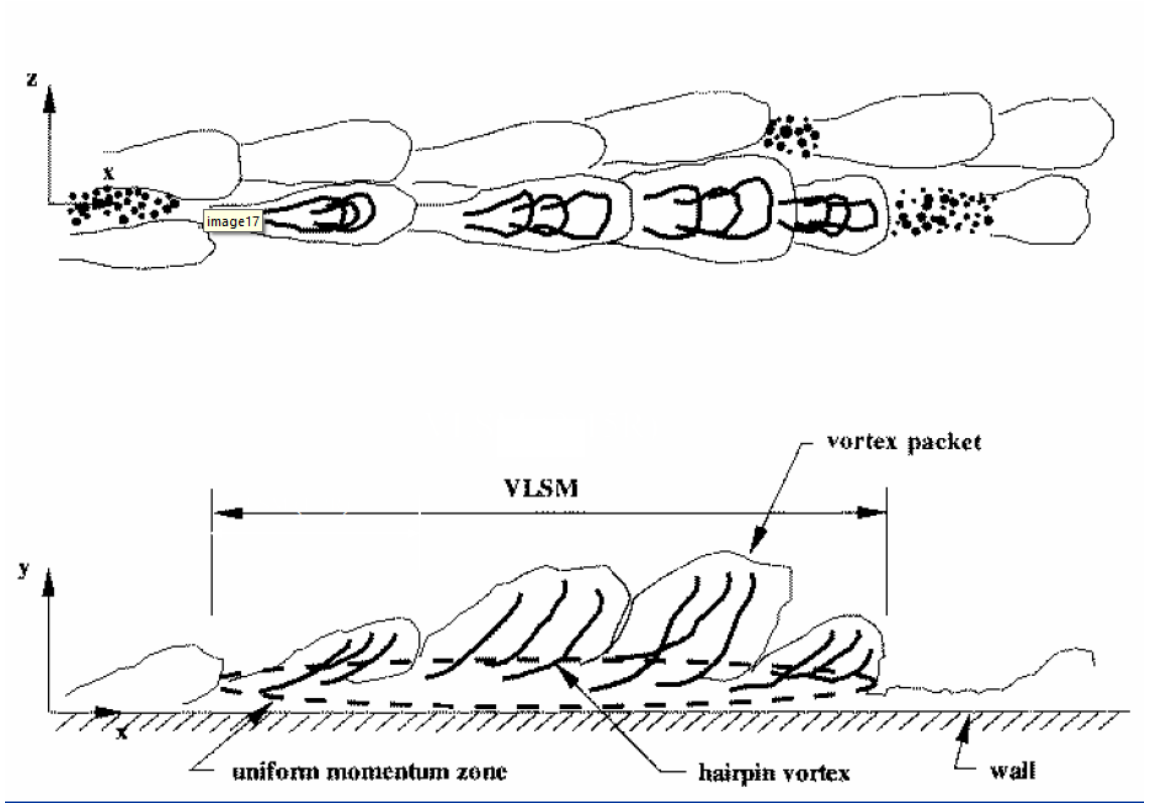


FIGURE 7. Instantaneous isosurfaces of the second invariant of the velocity gradient tensor, Q, coloured by the streamwise velocity, downstream of Λ vortices near the maximum (time and spanwise-averaged) skin friction: (*a*) H-type, $Re_x = 6.0 \times 10^5$–7.0×10^5 ($Re_\theta = 667$–890); (*b*) K-type, $Re_x = 3.2 \times 10^5$–4.3×10^5 ($Re_\theta = 429$–695).

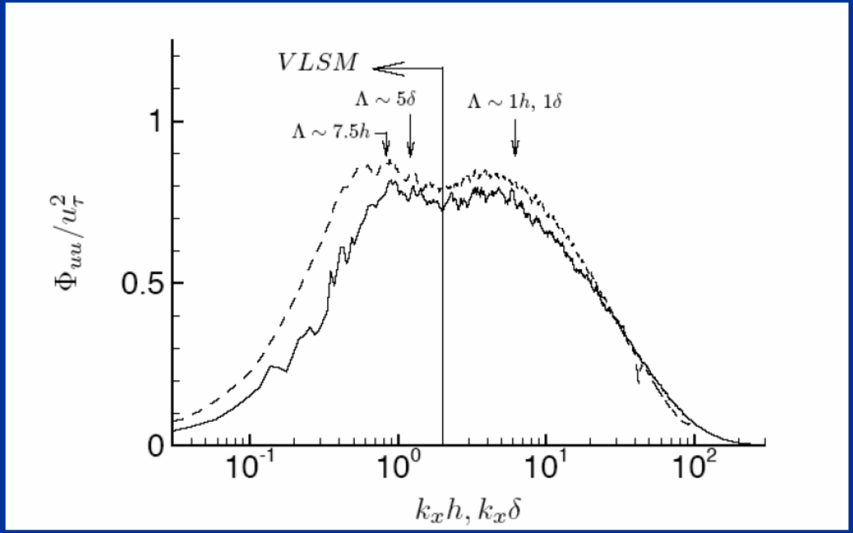
Fig. ヘアーピン渦の林. Sayadi, Hamman & Moin 2013, *JFM* **724**

3.3 長く繋がる縦渦構造－長い長い縦渦 LSM & VLSM




z
x
image17
vortex packet
VLSM
y
x
uniform momentum zone
hairpin vortex
wall

Pipe and BL spectra



Pre-multiplied, $y/\delta = 0.1$, $Re_\tau \sim 1500$

Balakumar & Adrian (2007)

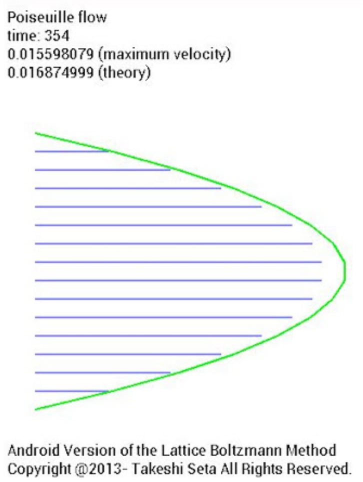
乱流の自己維持機構

1. NS方程式の一様流でない層流厳密解

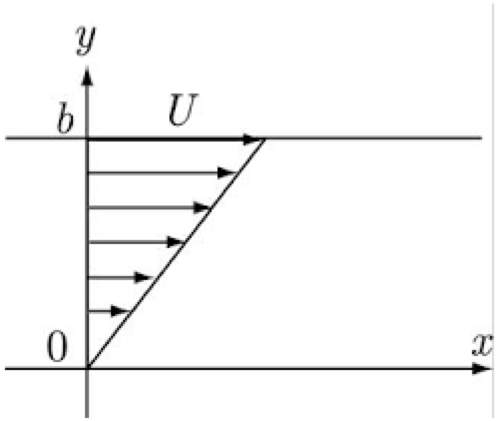
ECS=Exact Coherent Structure

4.乱流の自己維持機構

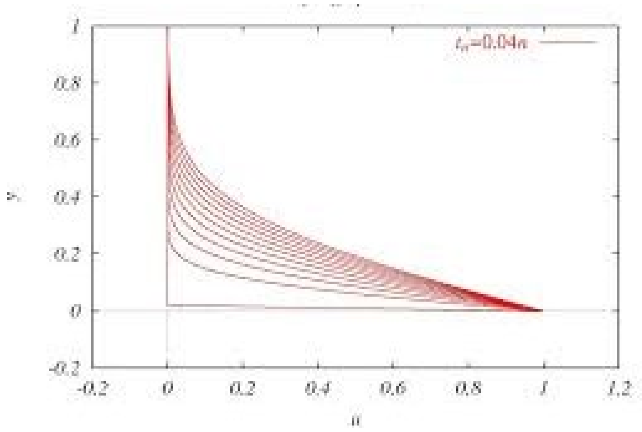
4.1 NS方程式の一様流層流厳密解



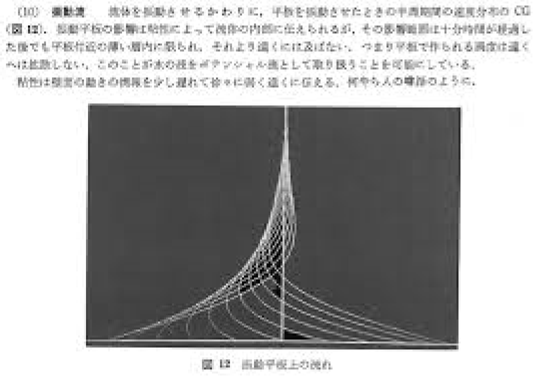
a） Hagen-Poiseuille flow

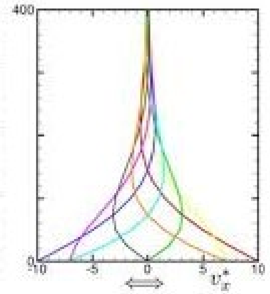


b)Couette flow



c)Rayleigh problem.





(b) ニュートン流体の挙動

d)Stokes flow

Fig. 4.1 NS方程式の平行流解

4.2 一様流ではない層流厳密解

4.2a Nagata(1990 *JFM*)の一様流ではない定常層流厳密解

$$\nabla^4 \varDelta_2 \phi = \Omega\, \partial_z \varDelta_2 \psi + (-R_e x + V)\, \partial_y \nabla^2 \varDelta_2 \phi - \partial^2_{xx}(-R_e x + V))\, \partial_y \varDelta_2 \phi$$
$$+\boldsymbol{i} \cdot \nabla \times \nabla \times [\boldsymbol{u} \cdot \nabla \boldsymbol{u}] + \partial_t \nabla^2 \varDelta_2 \phi$$

$$\nabla^2 \varDelta_2 \psi = -\Omega\, \partial_z \varDelta_2 \phi + (-R_e x + V)\, \partial_y \varDelta_2 \psi - \partial_x(-R_e x + V))\, \partial_z \varDelta_2 \phi$$
$$-\boldsymbol{i} \cdot \nabla \times [u \cdot \nabla \boldsymbol{u}] + \partial_t \varDelta_2 \psi$$

こうして，4変数(u, v, w, p)のNS方程式を(ϕ, ψ)の2変数まで減らしました．それでも複雑な式なので，後は数値計算です．

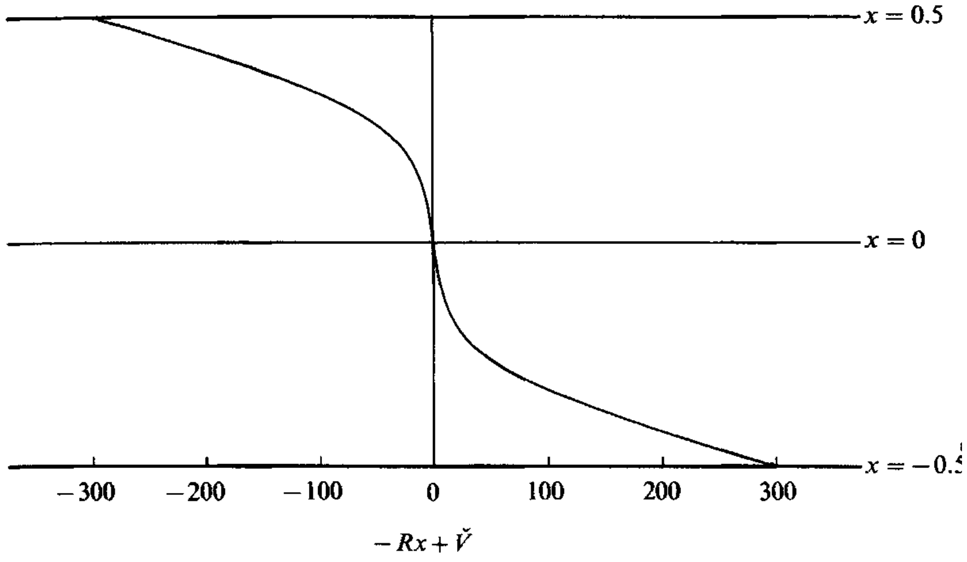


FIGURE 7. The modification of the mean flow $-Rx + \check{V}$ of the upper solution branc
$\beta = 1.6$, $\gamma = 3.0$ and $R = 600$. $(N_T, N_T') = (13,11)$.

Fig. 4.2 Nagataの解の平均流速分布 (Nagata 1990, *JFM*)

Rayleigh(1880)の変曲点不安定の理論から，この流れは直ぐ不安定になります.

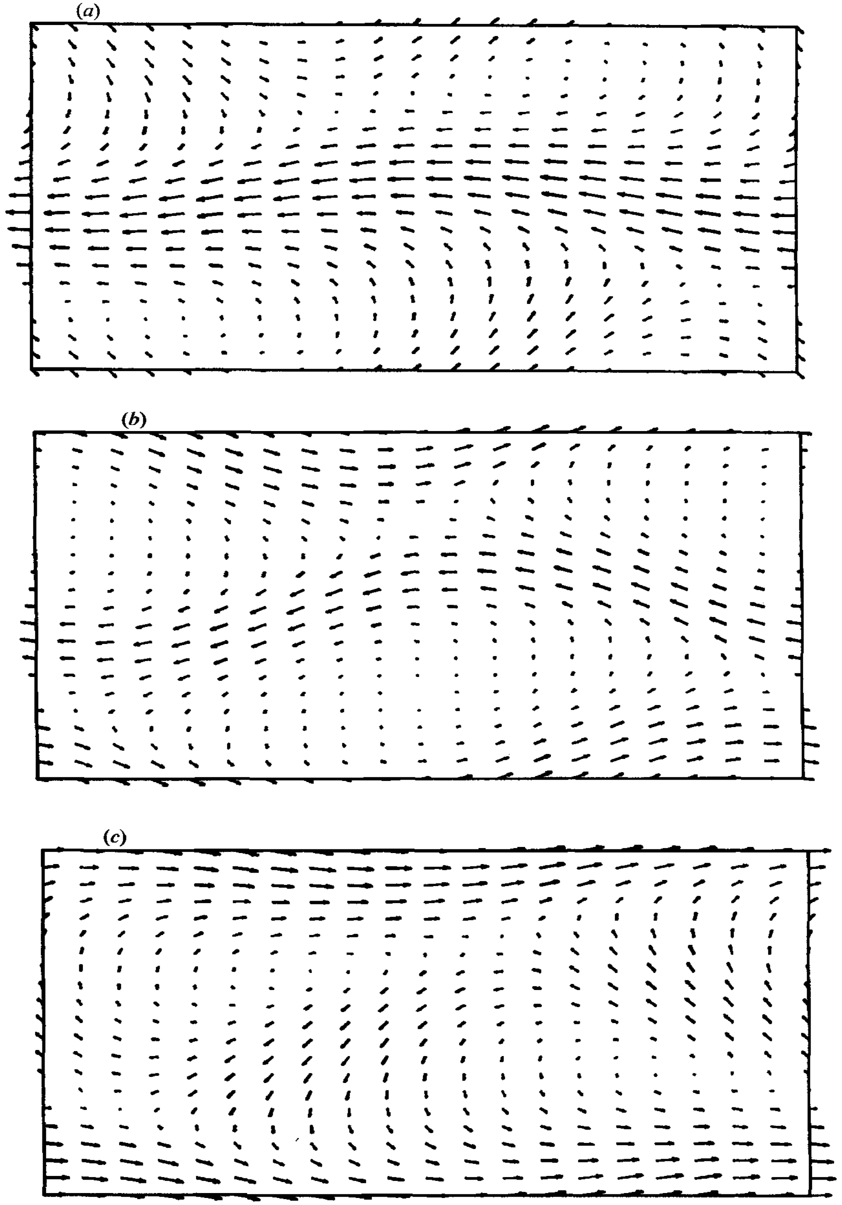


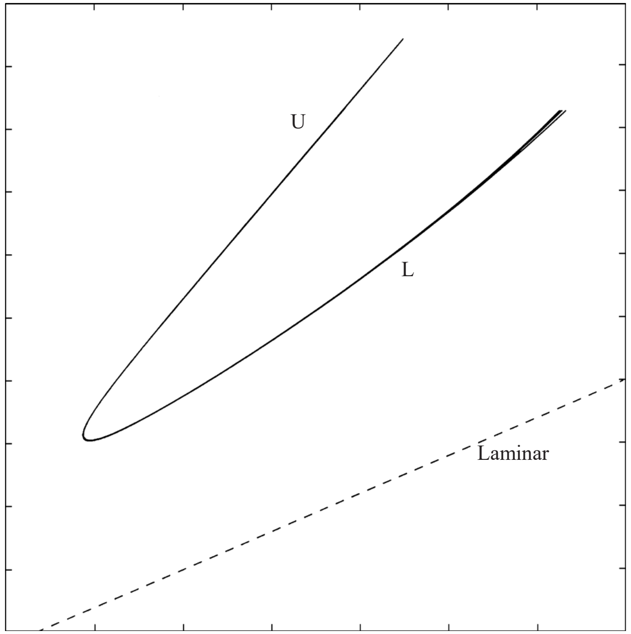
FIGURE 8. The velocity vectors of the upper solution branch projected on planes parallel to the plates: $\beta = 1.6$, $\gamma = 3.0$ and $R = 600$. $(N_T, N'_T) = (13,11)$. (a) $x = 0.25$, (b) $x = 0$, (c) $x = -0.25$.

Fig. 4.3壁に平行な様々な高さでの流速分布 (Nagata 1990, *JFM*)

4.2b Waleffe(2001)の一様流ではない進行型層流厳密解

$$x' = x - ct$$

$R_P = \mathrm{d}P/\mathrm{d}x\ H^3/\nu$



$R_Q = Q/\nu$

Figure1. Bifurcation diagram: $R_Q = Q/\nu$, $R_P = \mathrm{d}P/\mathrm{d}x\ H^3/\nu^2$, $Q = \langle u - u_{wall} \rangle H$;
dashed line is laminar state $R_P = 12R_Q$,
solid lines are the pair of exact three-dimensional coherent states at $\alpha = 0.5$, $\gamma = 1.5$. (Five resolutions are plotted but they closely overlap, demonstrating convergence.)

Fig 4.4 レイノルズ数と抵抗図上で示した層流一様解，厳密コヒーレント上分岐解，下分岐解．（Waleffe 2001, *JFM*） ia) 2次元Poiseuille流のECS-平板間Poiseuille流のECS: 上分岐解

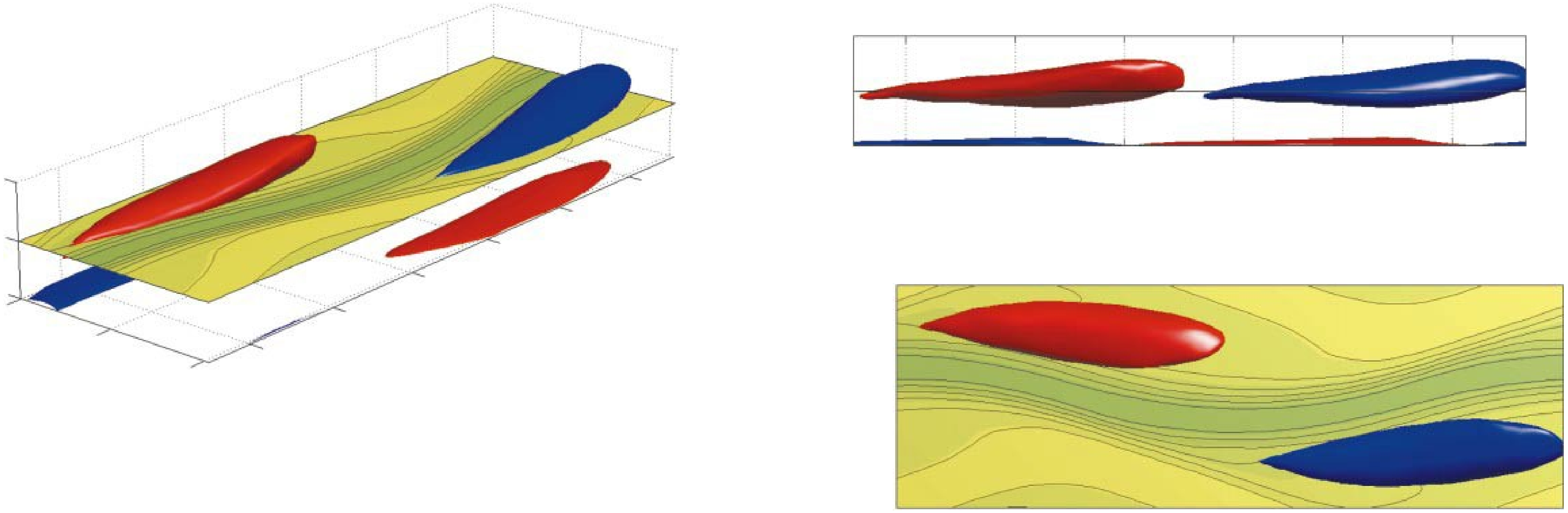


figure 4. Perspective, side and top view of level curves of streamwise velocity u at $y = 0$ overlayed with isosurfaces of streamwise vorticity ($\pm$60% max[$\omega_x(x, y, z)$], the maximum occurs at the wall). sitive vorticity blue, negative red. Upper branch at Re = 376, $R_\tau \approx 55$. Flow is toward positive x. (Waleffe 2001, JFM)

Fig. 4.5: *R*e=376, *R*τ≈55, **上分岐解**. 黄色で示した面の実線はは流速のコンターで，中央部の曲がりくねった緑がかった部分は低速流体．(Waleffe 2001, *JFM*).

ii) Waleffe(2003, Phys Fluids)の平板間Couette流+Poiseuille流の解

更に，Waleffe(2003)は，Couette流+Poiseuille流の場合

$$U_L(y) = y + \mu\left(\frac{1}{6} - \frac{y^2}{2}\right)$$

from $\mu = 0$ to $\mu = 1$.

FIG. 7. (Color) Bifurcation from 2-D streaky flow at Re=150, $\alpha=0.49$, $\gamma=1.5$, (a) Re $A_x=0.06$, (b) Re $A_x=0.15$, (c) Re $A_x=0.7716$, (d) Re $A_x=1.1181$. Isosurface of $u=\min u(x,y=0,z)$ (green), $\omega_x=-0.8 \max \omega_x$ (blue), $\omega_x=0.8 \max \omega_x$ (red).

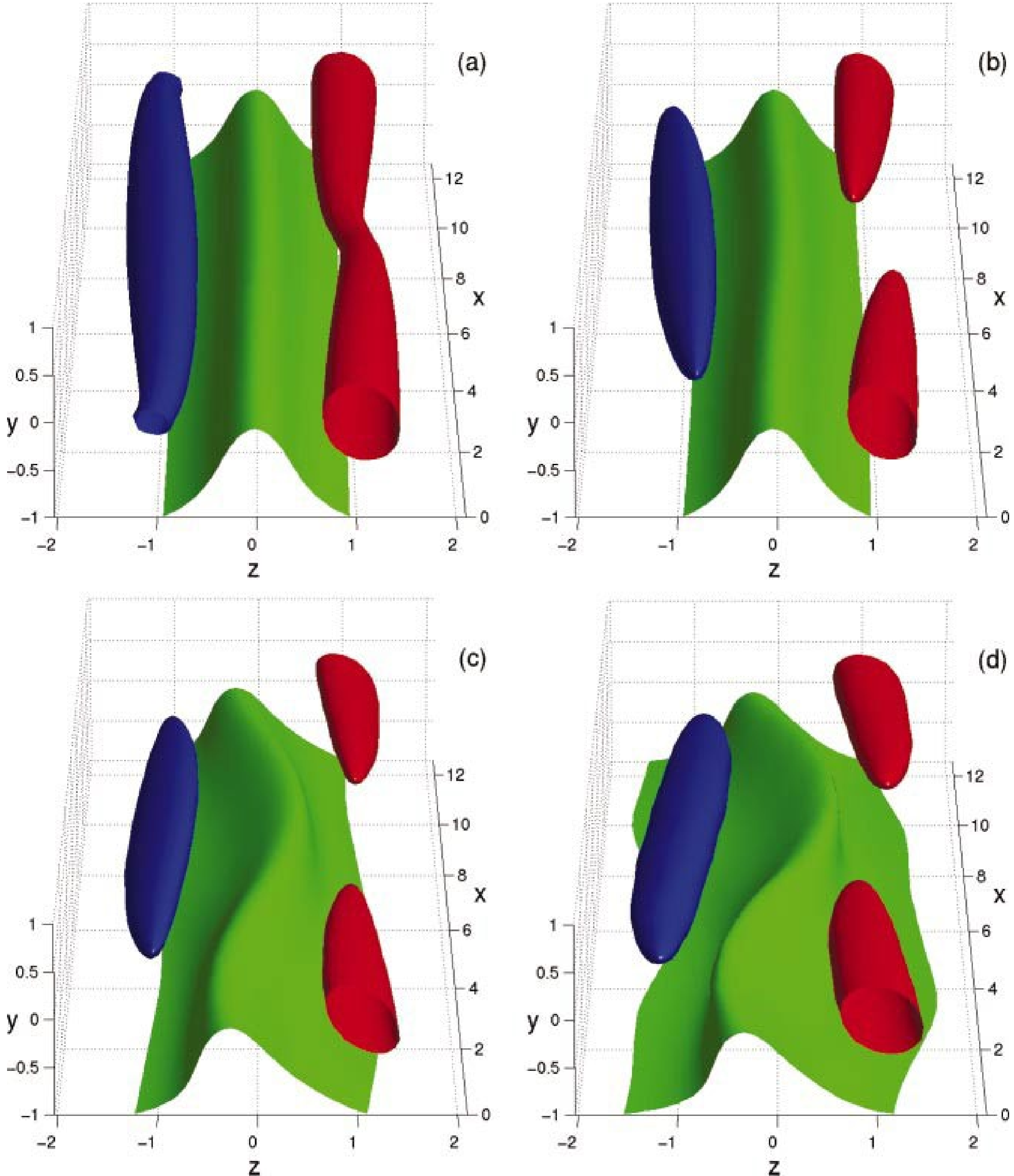


Fig. 4.7: *Re*=150, *R*τ≈55，**Poiseuille-Couette flowの層流構造解**.

黄色で示した面は流速のコンターで，中央部の曲がった緑がかった部分は低速流体u_{min}の高さ．中央の峰部は壁近傍の低速流体がそこまで持ち上がっていることを示す．(Waleffe 2003, *PoF*)

緑色の低速流体(等値面)の両脇に互いに逆方向に回転する渦(青，赤)を抱えています．この構造は，次に述べる乱流の粘性底層の構造とそっくり同じです.

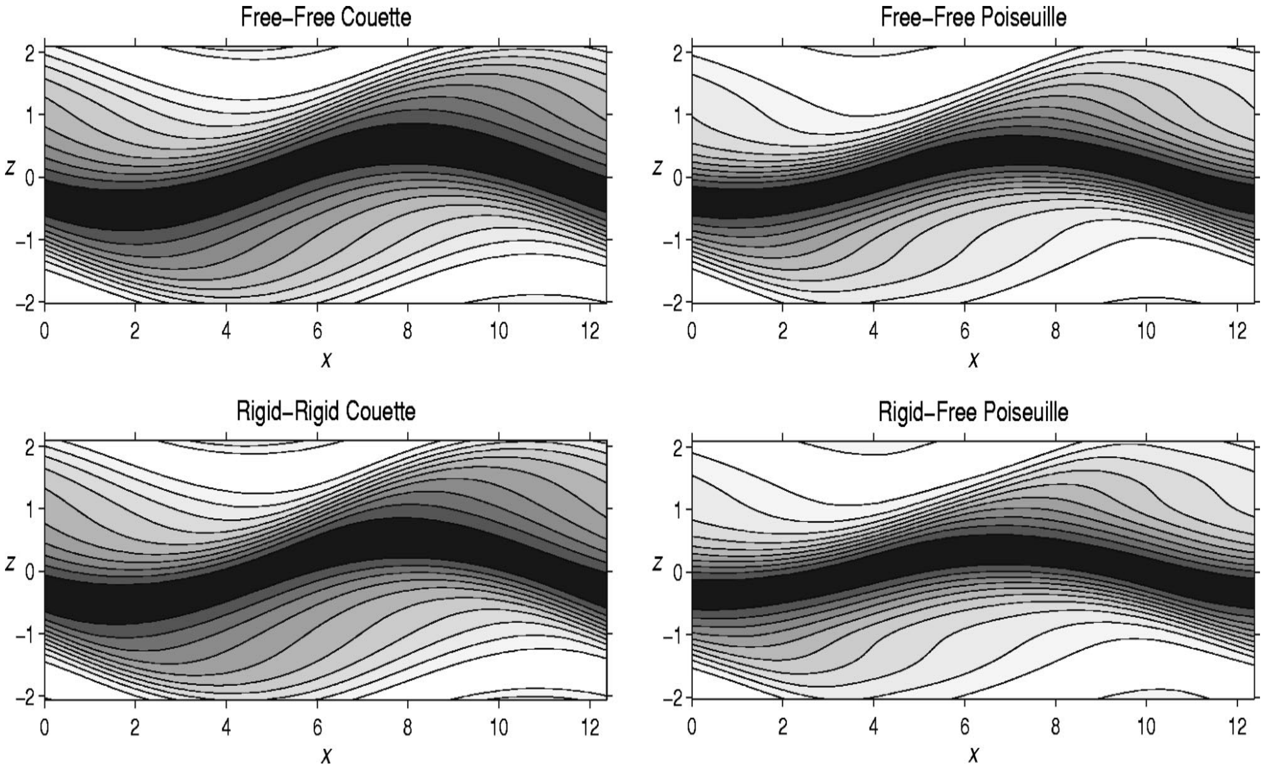


FIG. 9. Contours of streamwise velocity *u* at *y* =0 for ECS at O=0.5, -*y*=1.5, and Re_{sn}=141.6 (free–free Couette), Re_{sn}=156.4 (free–free Poiseuille), Re_{sn}=163.4 (rigid–rigid Couette), Re_{sn}=251.5 (rigid–free Poiseuille).

Fig. 4.8: Poiseuille flowのECS中央断面での流速 *u* のコンター　(Waleffe JFM)

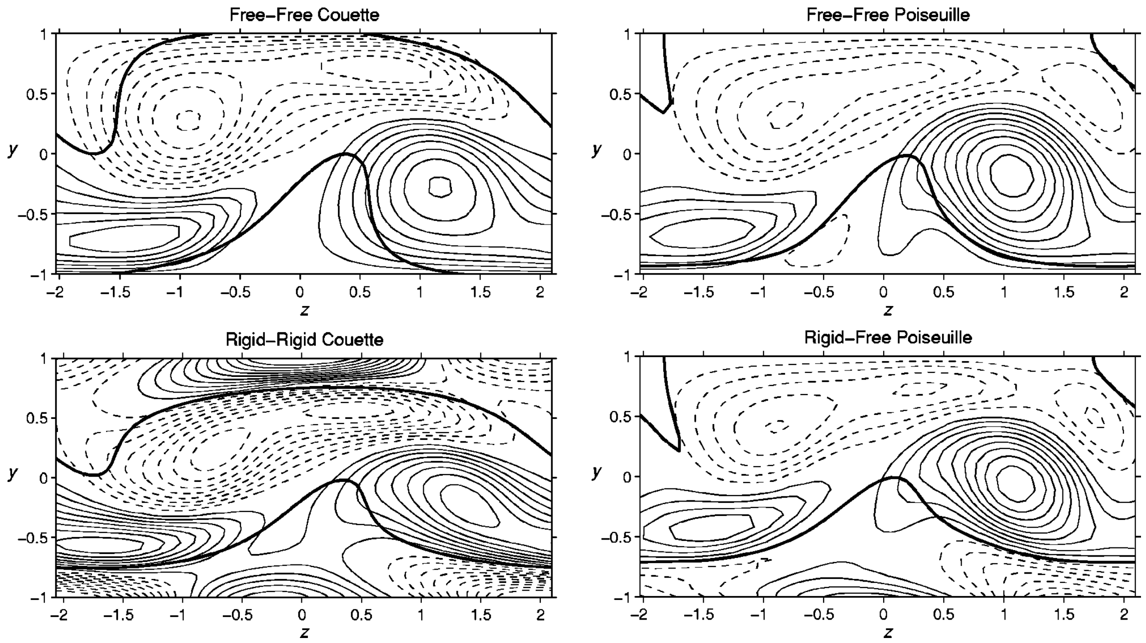


FIG. 10. Contours of streamwise vorticity w_x at $ax=31r/2$ for the same solutions as in Fig. 9. Equispaced levels at 0.1 max[$w_x(x,y,z)$], except rigid–rigid Couette, where spacing is 0.1 max[$w_x(x,y=0,z)$] (solid: positive, dash: negative). Thick lines are level curves u=min[$u(x,y=0,z)$] and max[$u(x,y=0,z)$]. Phys. Fluids, Vol. 15, No. 6, June 2003 Homotopy of exact coherent structures 1529

Fig. 4.9: 流下方向渦度の横断面内コンター　(Waleffe 2003 *PoF*)

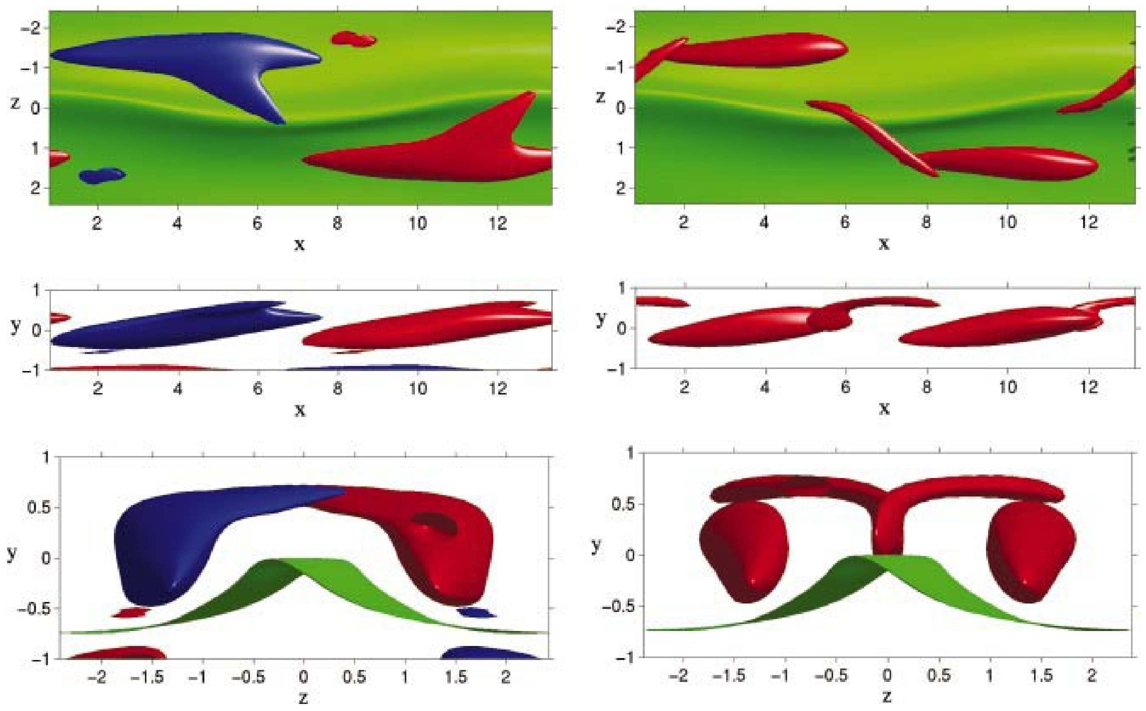


FIG. 15. Color Top, side, and back views of rigid–free plane Poiseuille flow traveling wave at its lowest friction Reynolds number (2 44.21, L

Green: Isosurface of streamwise velocity u min[$u(x,y\,0,z)$] top and back views . Left column: Isosurfaces of streamwise vorticity at 0.6 max($_x$) red positive, blue negative .

Right column: Red isosurfaces of Q 0.40$Q_{\max}$,
where ^2p 2Q $W_{ij}W_{ij}$ $S_{ij}S_{ij}$ is twice the second invariant of the velocity gradient tensor. Box shifted by L_x/16.)

$_z$

Fig. 4.10: Poiseuille flowの進行型ECS の3次元CG(Waleffe)

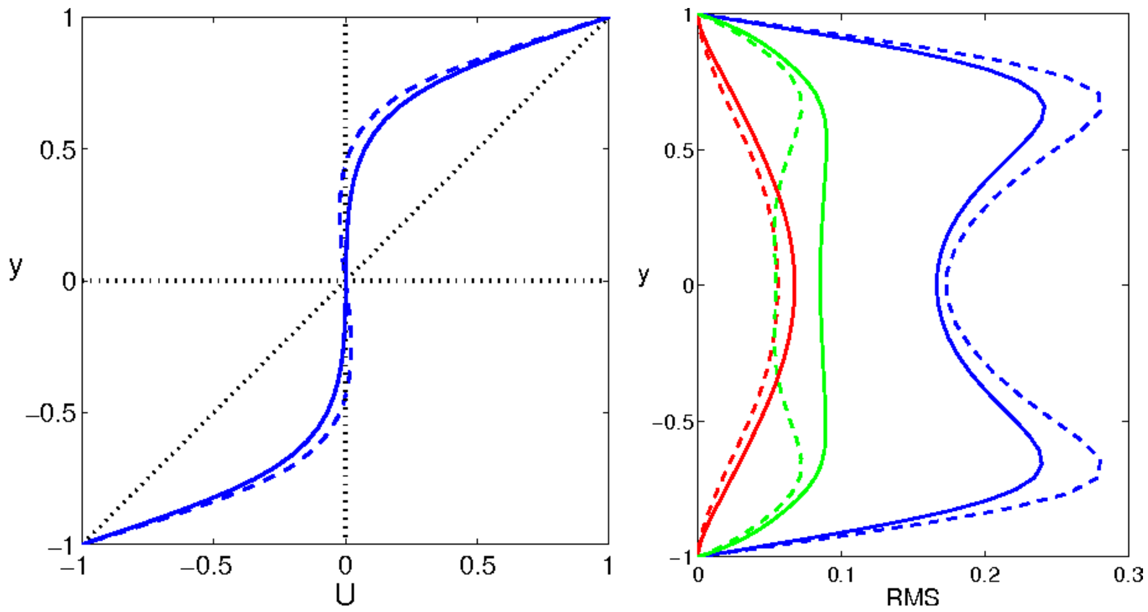


FIG. 20. MeanU¯ (y) and rms velocities for rigid–rigid plane Couette steady states with (a,g)5(0.5772,1.1506).
Solid: Upper branch at Re5400.
Dash: Turning point at Resn5127.7. Dot: Lower branch at Re5400 @v, w are much smaller and omitted, max(v)50.0075, max(w)50.02].

Fig. 4.11: 平均流成分と変動成分の分布．実線＝上分岐解，点線＝下分岐解　（*Re*=5400），破線＝Turning point.（Waleffe 2009）

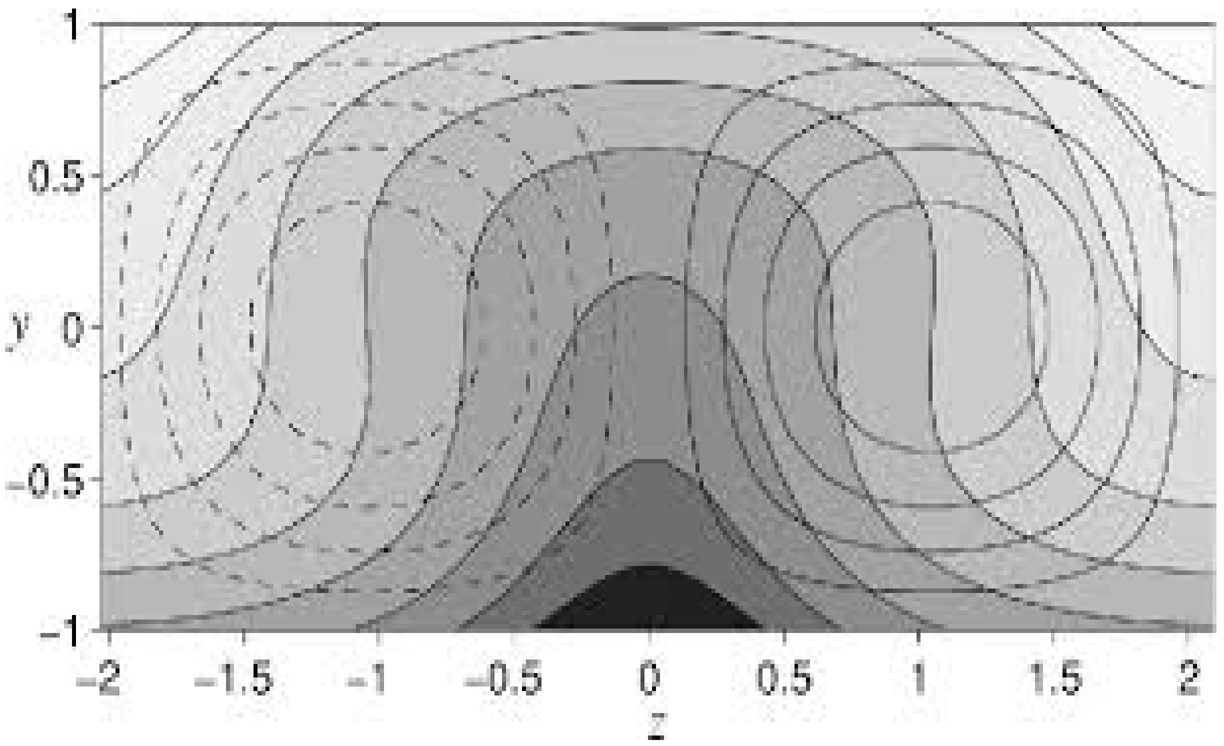


FIG. 4. Streaky flow **U**(y,z) for Fr55, g51.5.
Shaded contours of $U(y,z)$ at multiples of 0.1(max U2min U)50.1703 with contours of vx at multiples of 0.2 max vx50.0208. Positive vx contours solid, negative dashed. (Waleffe 2003)

Fig. 4.12: 平板間Couette流の平均流速$U(y,z)$の陰影コンターと変動成分のコンター(実線は正，破線は負)．(Waleffe)

乱流を維持できる最小広さ(Minimal Flow Unit)の発見

–Jimenez, Kim & Moin (1991)

4.3 乱流を維持できる最小広さ(Minimal Flow Unit)の発見

－Jimenez, Kim & Moin (1991)

a. Jimenez & Moin (1991) の奇抜なアイデア－乱流が存在しうる最小領域 Minimal Flow Unit

224 *J. Jiménez and P. Moin*

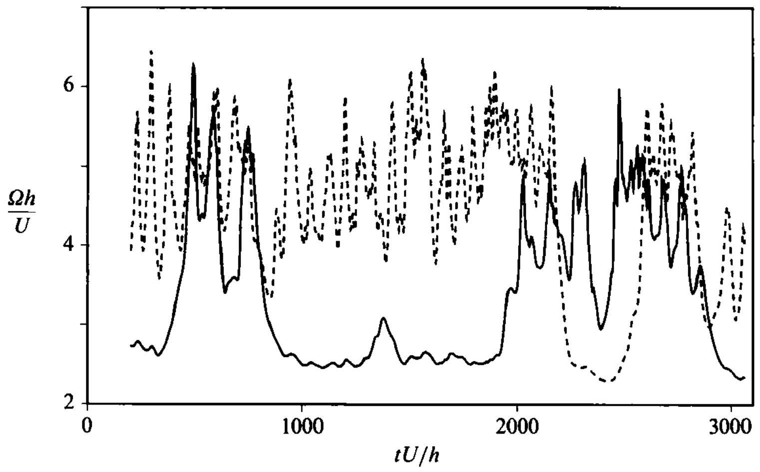


FIGURE 13. Averaged wall-shear histories at the upper an lower walls in a predominan sided turbulent channel. Note that total time is three times longer than in figure 12. *Re* $\lambda_x = \pi$, $\lambda_z = 0.35\pi$.

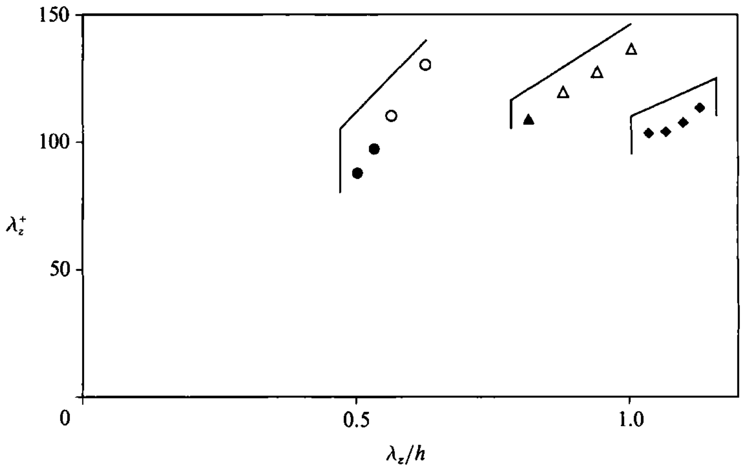


FIGURE 4. Spanwise wavelength of the computational box in wall and absolute units. vertical lines mark limits at which simulations could not be sustained: ◇, *Re* = 2000; △, *Re* = 3000; ○, *Re* = 5000. Open symbols are two-walled turbulence, closed symbols are one-walled (see §3.3). All simulations use $\lambda_x = \pi$. Inclined lines just bracket related data.

Fig. 4.13: 1面上が(圧倒的に，殆ど)乱流状態で(破線)，反対面上では間欠的に乱流状態が出現する場合(実線)の平均壁面剪断力の時間記録．（Jiménez & Moin 1991, *JFM*)

Fig. 4.14: 縦線はシミュレーション乱流が維持しえない限界を示し，縦軸はシミュレーション箱のスパン方向の波長を壁単位で示し，横軸はシミュレーション箱のスパン方向の波長を絶対単位で示している．記号はレイノルズ数の違い．白印は2平面，黒印は1平面の場合．斜めの線は関連データーの範囲を示す．（Jiménez & Moin 1991, *JFM*)

粘性底層における周期的な構造変化

粘性底層更新説
Eindtei-Li(1959)
Hanratty(1959)
を想起させる

4.4 乱流維持機構の解明－平面Couette流による粘性底層の構造解明

4.4 i）Fourier成分による．Hamilton，Kim ＆ Waleffe (1995)

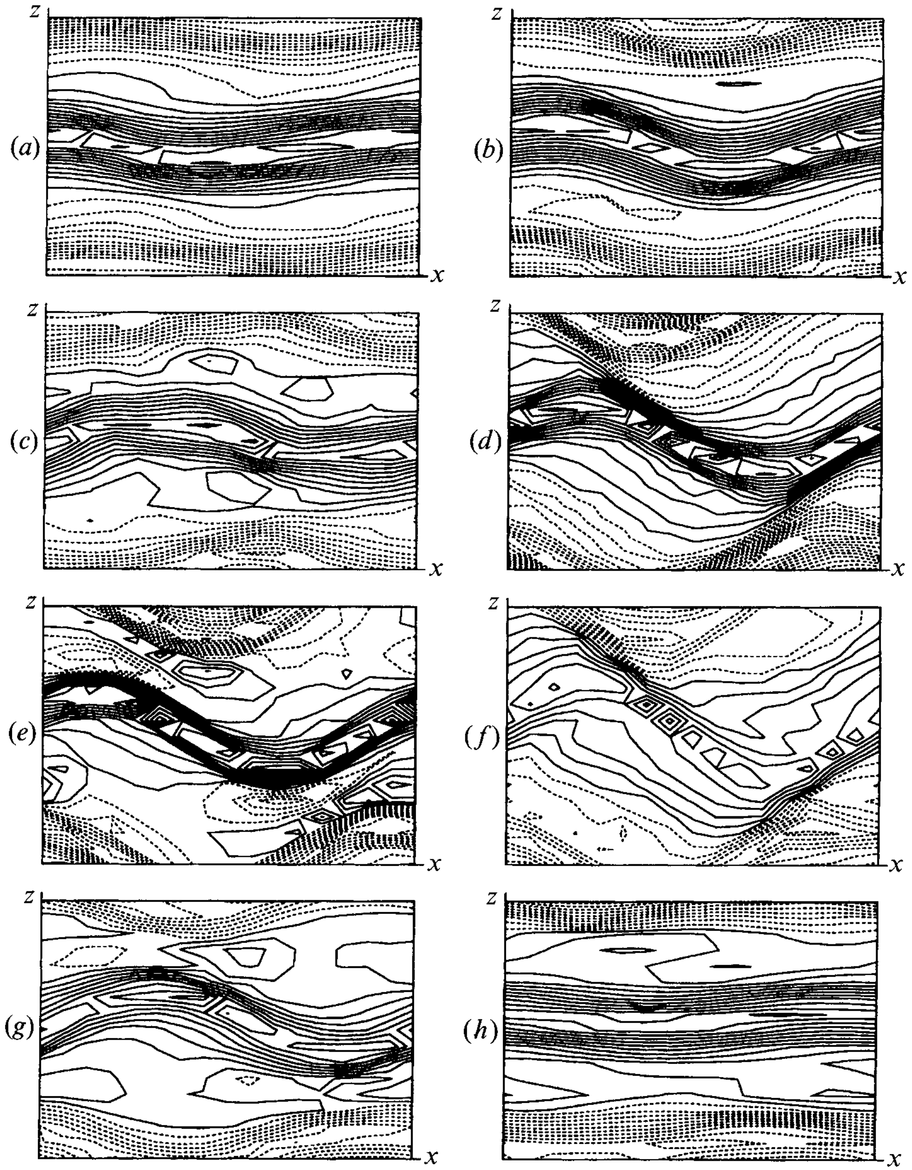


FIGURE 2. Iso-contours of u-velocity in the (x, z)-plane centred between the walls; solid contours positive, dashed contours negative. Contour interval 0.032. (a) $t = 757.5$, (b) $t = 764.8$, (c) $t = 772.0$, (d) $t = 777.8$, (e) $t = 783.0$, (f) $t = 794.1$, (g) $t = 808.2$, (h) $t = 830.2$.

Fig. 4.18: 中央断面」における速度$u(x,0,z)$のコンター．実線は正，破線は負．（Hamilton, Kim & Waleffe 1995, p.323, *JFM*)

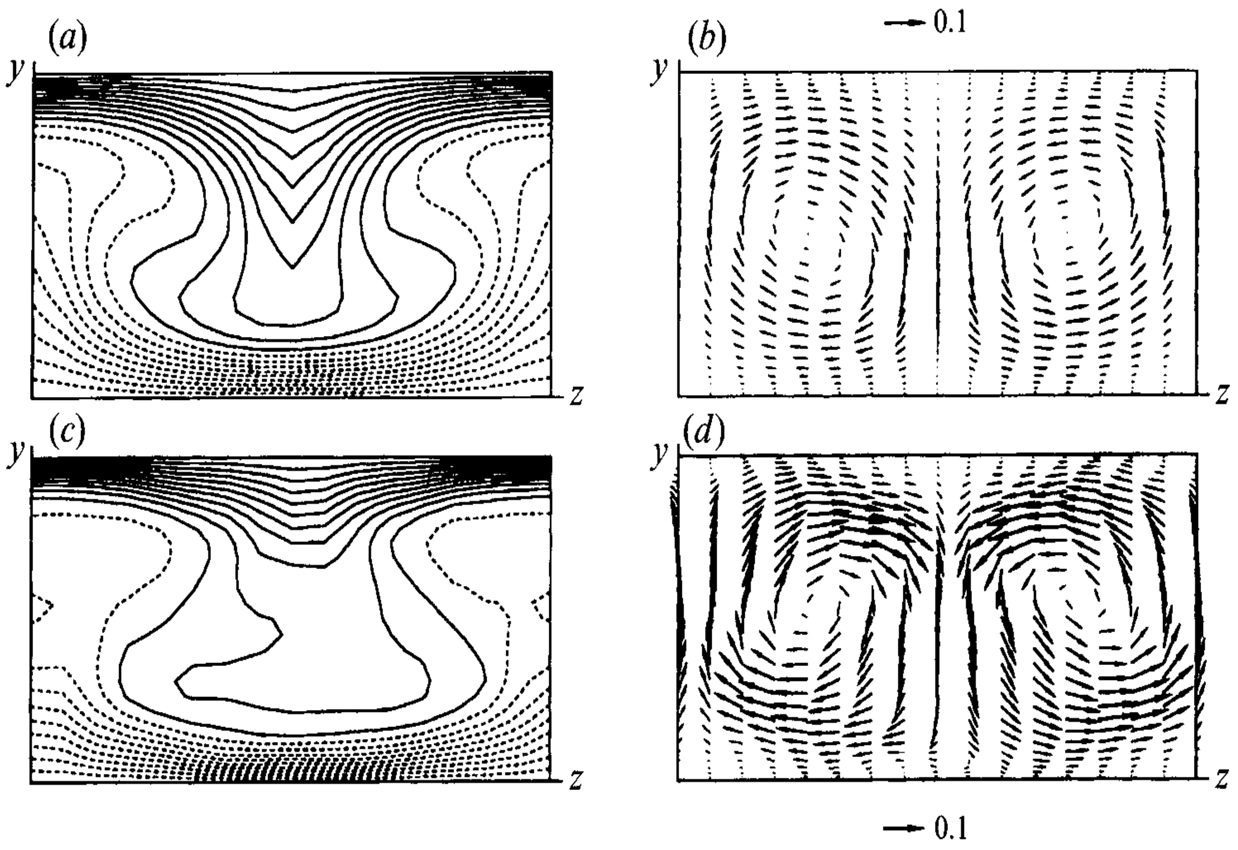


FIGURE 4. Streamwise and cross-flow velocities in the (y, z)-plane for the x-independent modes: (a, b), $t = 757.5$; (c, d), $t = 794.1$. Iso-contours of u in (a) and (c), solid lines are positive values, dashed lines are negative values, contour interval 0.1. The velocity vectors for v, w in (b) and (d) have the same scale. Reference vectors of magnitude 0.1 are plotted.

Fig. 4.19: 横断図内の流況.（Hamilton, Kim & Moin 1995, p.335, JFM）

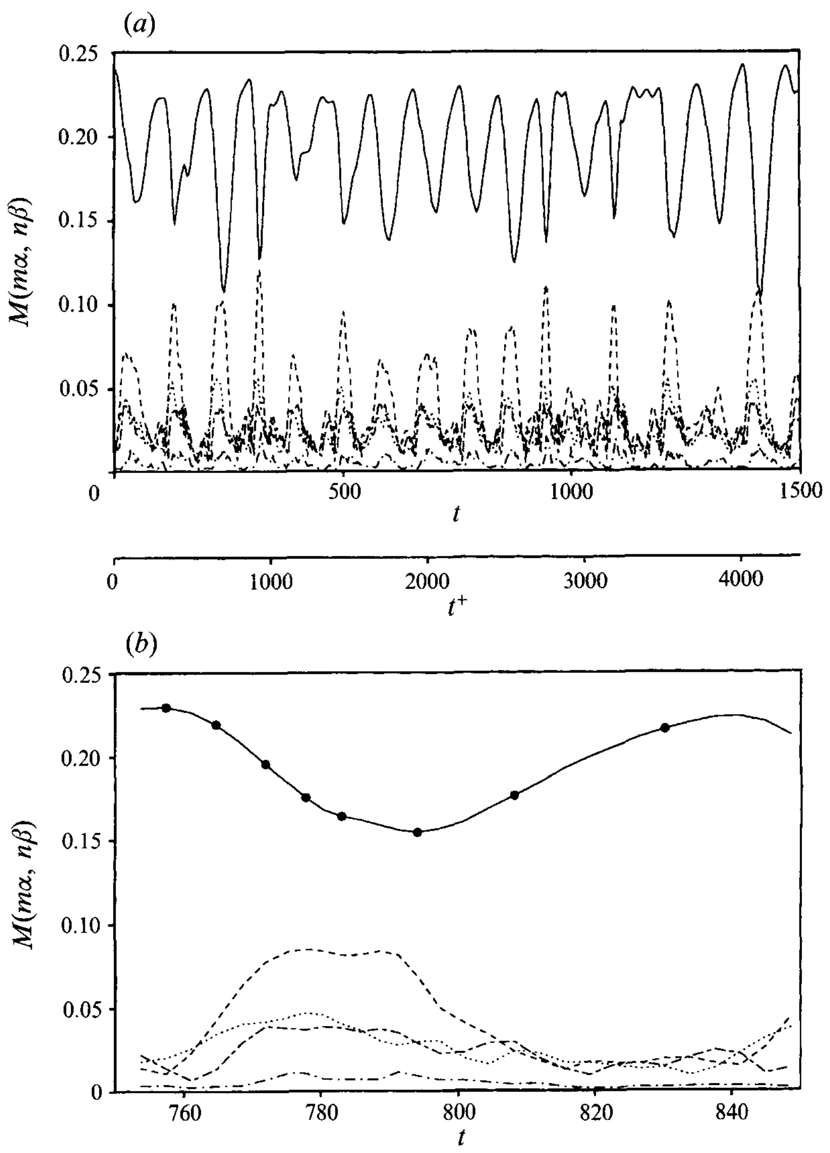


FIGURE 3. Modal decomposition: (a) multiple regeneration cycles, (b) single cycle of the same flow ——— , $M(0,\beta)$; -------- , $M(\alpha,0)$; ·········· $M(\alpha,\beta)$; – – – – , $M(\alpha,2\beta)$; –·–·–· , $M(2\alpha,0)$. Solid circles on the $M(0,\beta)$ curve in (b) are at times which correspond to figure 2(a–h).

Fig. 4.20: モード成分の(a) 再生サイクル,
(b)1サイクルでの各モードの強さの時間変化.

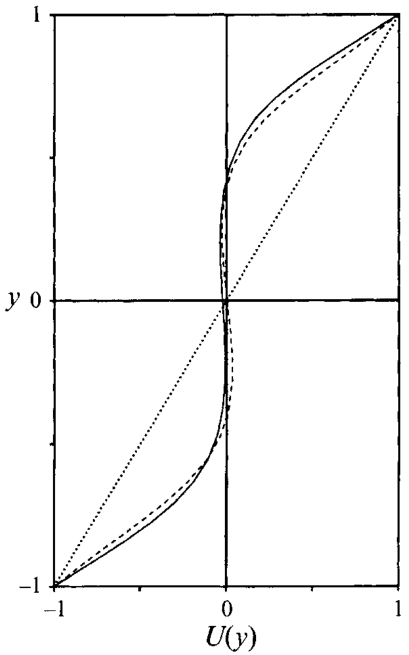


FIGURE 8. Profile of $U(y)$, streamwise velocity averaged in x and z: ——— , profile from full simulation at $t = 757.5$; -------- , profile at peak of $M(0, \beta)$ from simulation with initially linear (··········) streamwise velocity profile and streamwise vortices from full simulation at $t = 757.5$.

Fig.4.21: 平均流速分布 $U(y)$.(Hamilton, Kim & Moin 1995, p.328, JFM)

Regeneration mechanisms of near-wall structures 347

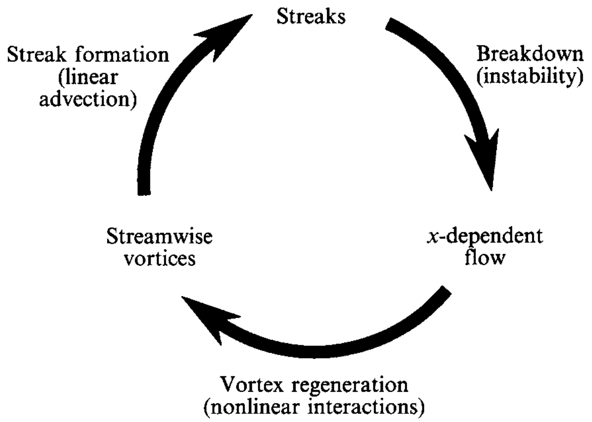


FIGURE 28. Schematic illustration of regeneration cycle of near-wall turbulence structure

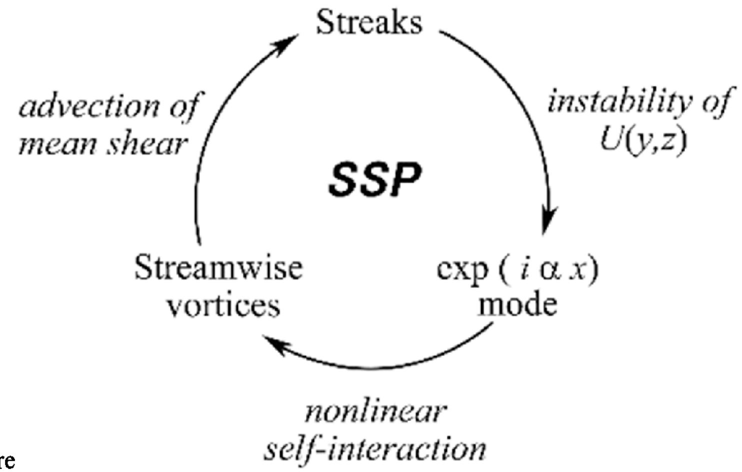


Fig. 4.22: Hamiltonらの乱流の‘自己維持サイクル’
(Hamilton, Kim & Moin 1995, p.347, *JFM*)

4.4 ii) Jimenez & Pinelli(1999)のDamping filterによる乱流自己維持機構の解明

Damping filter: 壁からある高さ以下の範囲の変動Ω_yを消す

$$\Omega_y \rightarrow \Omega_y F(y),$$

$$F(y) = (1/2)\ [\ 1 + \tanh 4(y^2/\delta^2 - 1)]$$

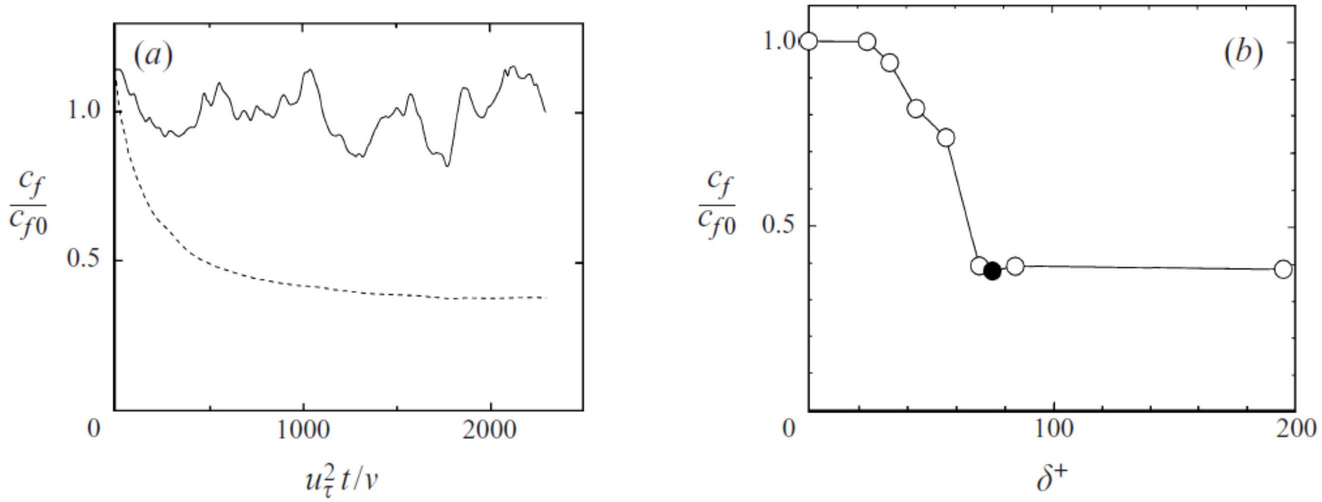


FIGURE 9. (a) Time evolution of the skin friction for a channel in which the streaks have been filtered below $\delta^+ = 75$: ———, unfiltered wall; - - - -, filtered wall. Initial conditions are a fully developed channel with $Re_\tau = 200$. (b) Reduction in the friction coefficient of the filtered wall with respect to a natural channel, as a function of the filter height. The solid circle corresponds to (a).

Fig. 4.24: Damping filter効果．(a) δ^+=75の場合の抵抗係数の時間変化．実線filterなし，破線filterあり．(b)filter高さδ^+と抵抗係数の値．黒丸は(a)の場合に対応する．（ Jimenez & Pinelli 1995, *JFM*)

平面Couette流に埋め込まれた周期解.
乱流のカオス的周期解

Kawahara & Kida (2001)

4.5 Kawahara & Kida (2001)による平面Couette流に埋め込まれた周期解. 乱流のカオス的周期解

Periodic motion embedded in turbulence 295

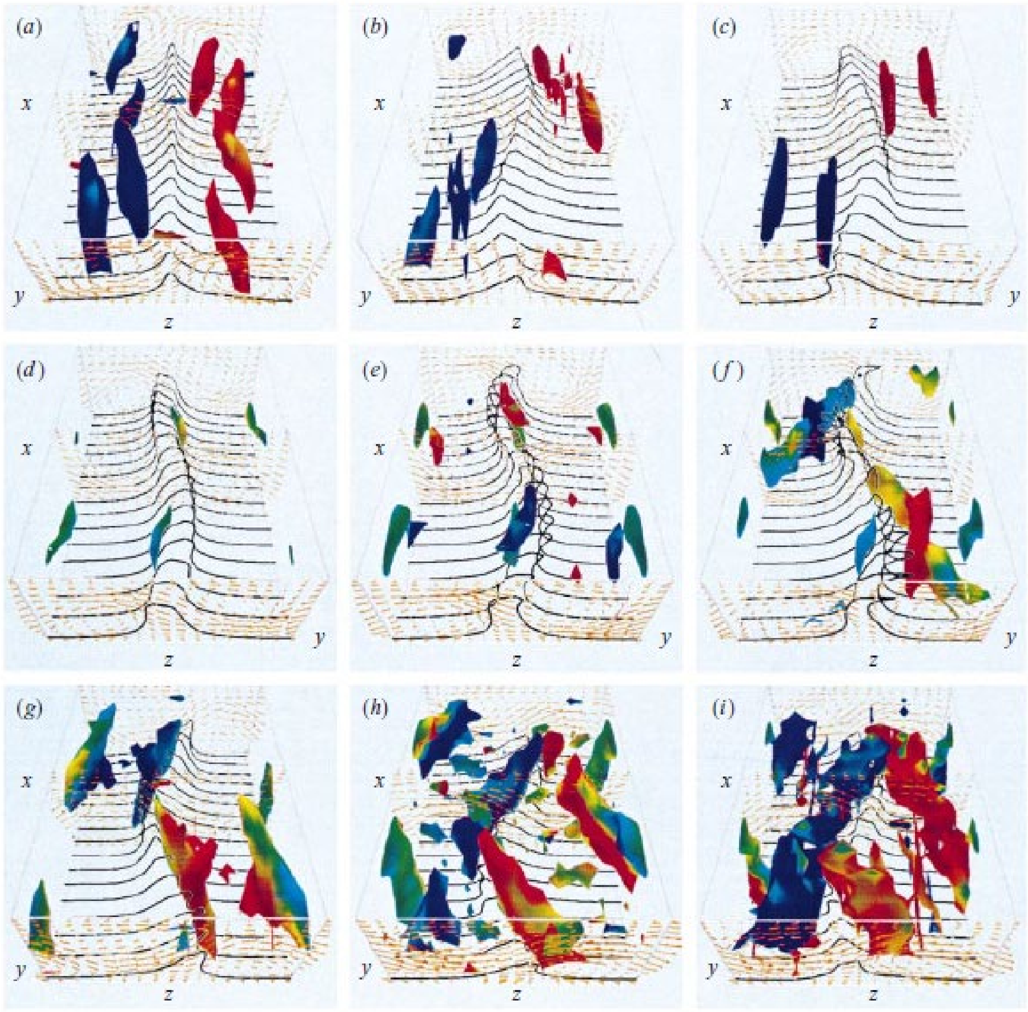


FIGURE 2. A full cycle of a time-periodic flow. Flow structures are visualized in the whole spatially periodic box ($L_x \times 2h \times L_z$) over one full cycle at nine times shown with blue dots in figure 1, where panels (*a*) and (*f*) correspond respectively to the lowest and highest dots there. Time increases from (*a*) to (*i*) by $7.2h/U$. The upper (or lower) wall moves into (or out of) the page at velocity U (or $-U$). Vortex structures are represented by iso-surfaces of the Laplacian of pressure, $\nabla^2 p = 0.15\rho U^2/h^2$, where ρ is the mass density of the fluid (see Tanaka & Kida 1993). Colour on the iso-surfaces of $\nabla^2 p$ indicates the sign of the streamwise (x) vorticity: red is positive (clockwise), blue is negative (counter-clockwise), and green is zero. Cross-flow velocity vectors and contours of the streamwise

Fig. 4.25: 壁乱流サイクルの3次元CG.
(Kawahara & Kida 2001)

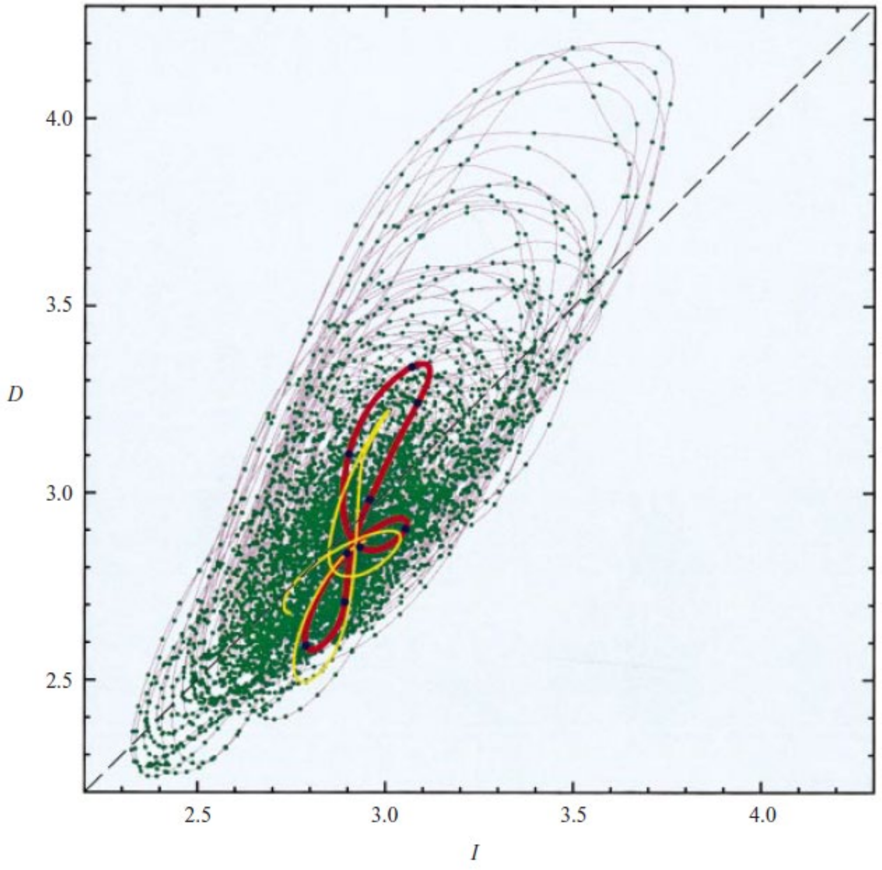


FIGURE 1. Two-dimensional projections of a turbulent and a periodic orbit. The horizontal and vertical axes respectively represent total energy input rate I and dissipation rate D normalized by those for a laminar state. The grey line shows the turbulence trajectory, to which green dots are attached at intervals of $2h/U$. A closed red line denotes a periodic orbit. A cut of the turbulence trajectory is coloured yellow to show a typical approach to the periodic orbit. All the orbits generally turn clockwise. Nine blue dots on the periodic orbit indicate the phases of panels (a)–(i) in figure 2. The energy input and dissipation rates are in balance on the dashed diagonal.

Fig. 4.26a: 全エネルギー入量Iとエネルギー消散率D位相面で表示した壁乱流軌道.（Kawahara & Kida 2001, *JFM*）

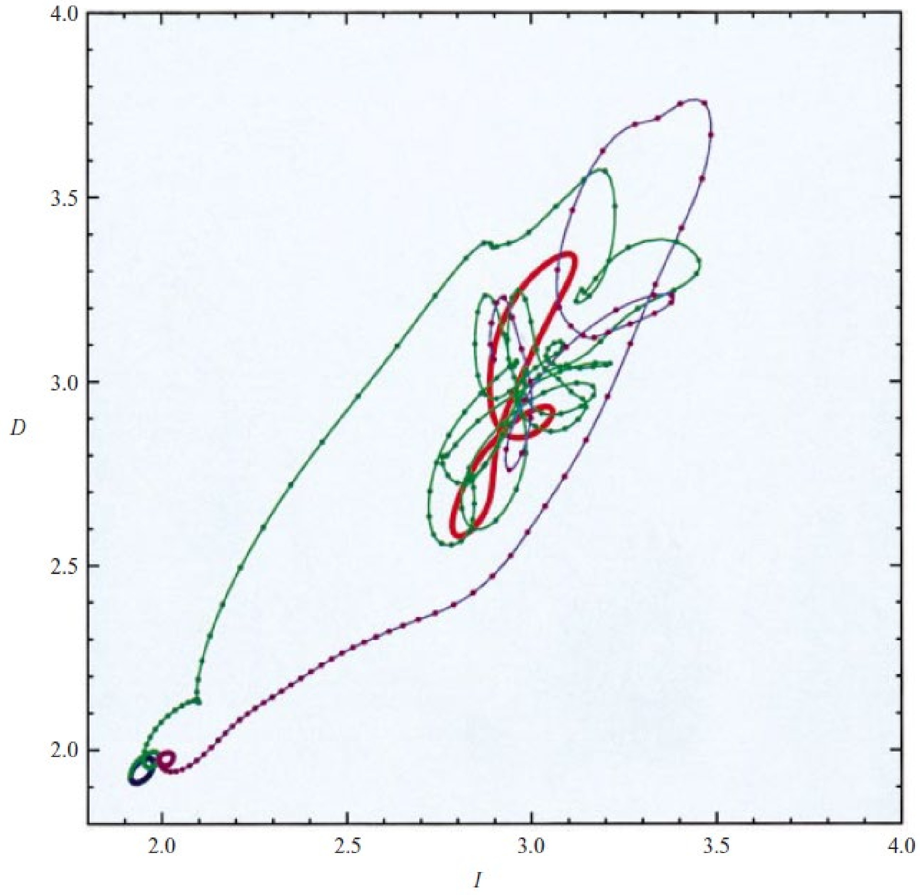


FIGURE 5. Heteroclinic connections between two periodic solutions in the (I, D)-plane. Closed blue and red lines denote two periodic solutions. A green (or purple) line represents a connecting orbit which starts near the blue (or red) periodic solution and approaches the red (or blue) one. The time is marked with dots at intervals of $2h/U$.

Fig. 4.26c: (Kawahara & Kida 2001, *JFM*)

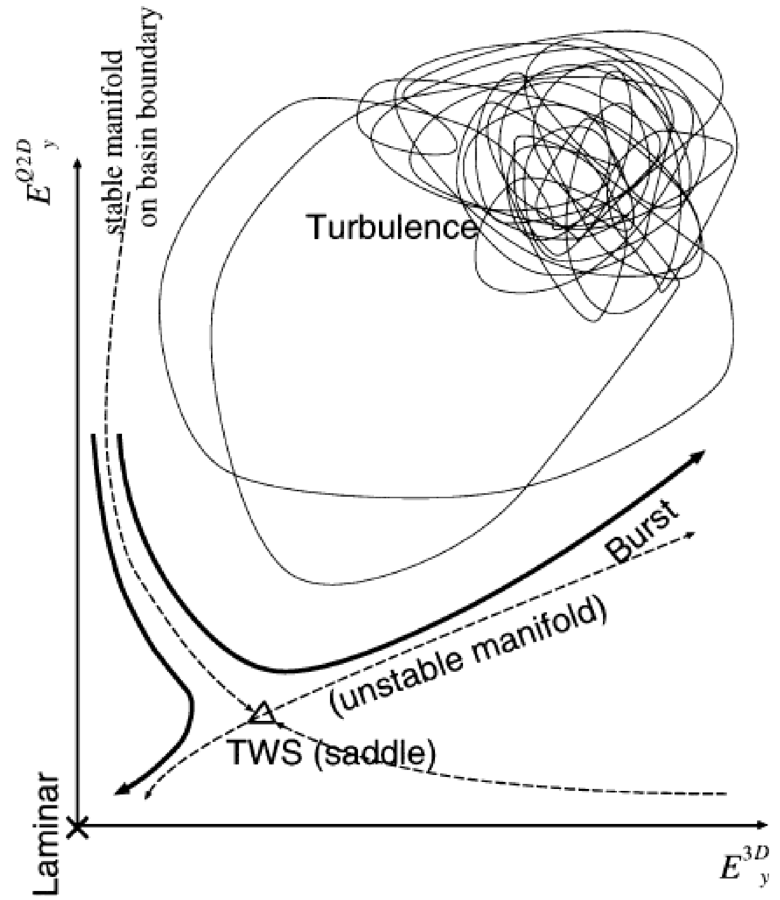


Fig. 6. Schematic representation of scenario of intermittent turbulent generation. The origin $(E^{3D}, E^{Q2D}) = (0, 0)$ is the laminar state. Two thick-solid lines correspond to the two kinds of trajectory obtained by the shooting method, for example, $\boldsymbol{u}_{fac}$ for $fac = 9.116010400 \times 10^{-8}$ and $fac = 9.116010000 \times 10^{-8}$ respectively. Dashed line represents the stable and unstable manifolds of the TWS. Solid line shows one of the trajectories of actual turbulence, which sometimes passes near the TWS. The "burst" in wall turbulence is defined as the process of escape out of the TWS along the unstable manifold.

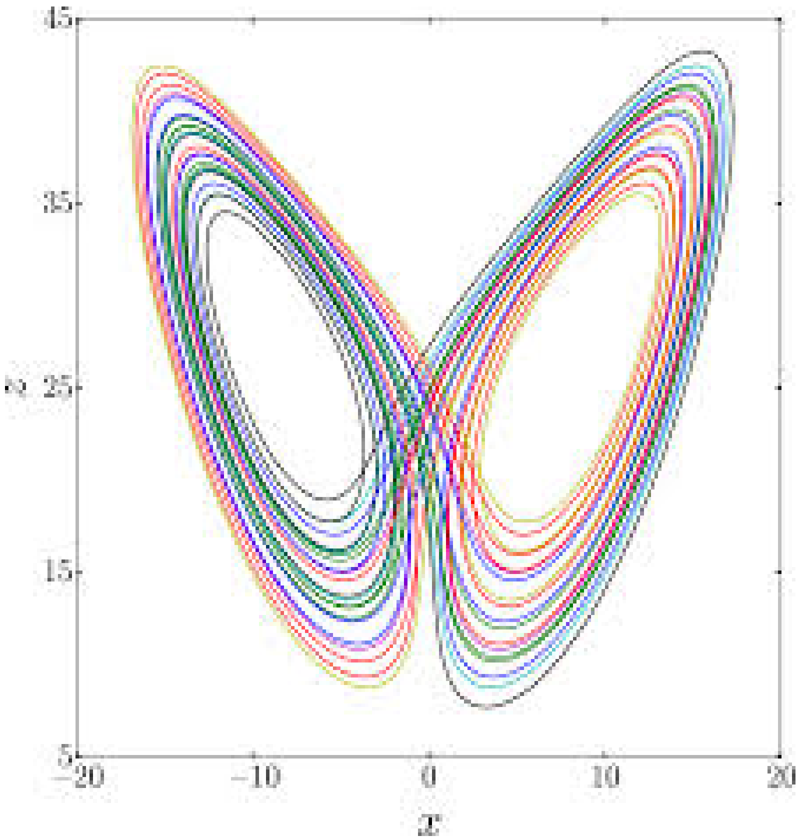
Fig. 27: 乱流軌道の模式図.（Itano & Toh 2001）

4.5（付）　カオス現象

$$dX/dt = -aX + aY \qquad (1)$$

$$dY/dt = -Y + \mu X - XZ \qquad (2)$$

$$dZ/dt = -bZ + XY \qquad (3)$$



ブラジルでの蝶の羽ばたきはテキサスでトーネードを引き起こす

Fig. 4.28 Lorenz(1963)のカオス軌道. ローレンツ．カオス(Lorenz chaos)のバターフライ(蝶)軌道.

壁無しの壁乱流－Mizuno & Jimenez (2013)

4.6壁無しの壁乱流－Mizuno & Jimenez (2013)

Jimenezは予てから，壁は単に剪断場を作るのに必要であり，乱流の維持機構には直接関与しないと主張していたが，これをシミュレーションにより実証したのが，Mizuno & Jimenez (2013)の論文

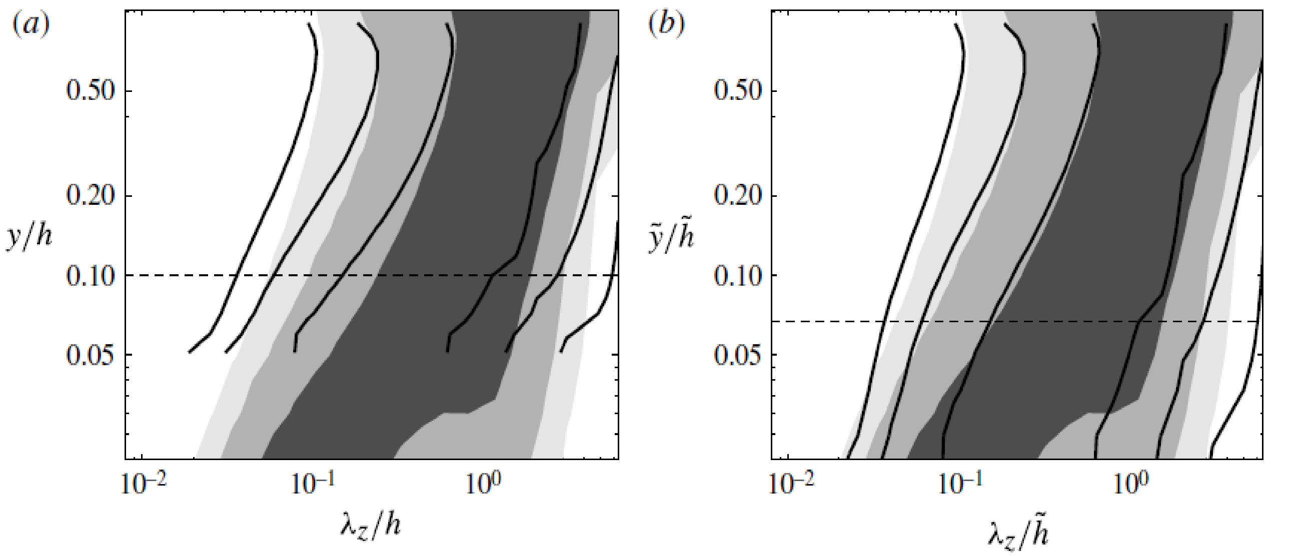


FIGURE 6. Premultiplied one-dimensional spectra $k_z\phi_{uu}$ for W2600C (lines) and C2000 (shaded), as a function of the spanwise wavelength and y. (*a*) Nominal coordinates. (*b*) Rescaled coordinates. The spectra are normalized by the mean-squared intensity at each height, and the contours are at 0.05, 0.1 and 0.22.

Fig. 29: 壁あり壁乱流(濃淡)と壁なし壁乱流(実線)のプリマルスペクトル $kz\,\phi$ の比較.右図はスケール補正した場合.（Mizuno & Jimenez 2013）

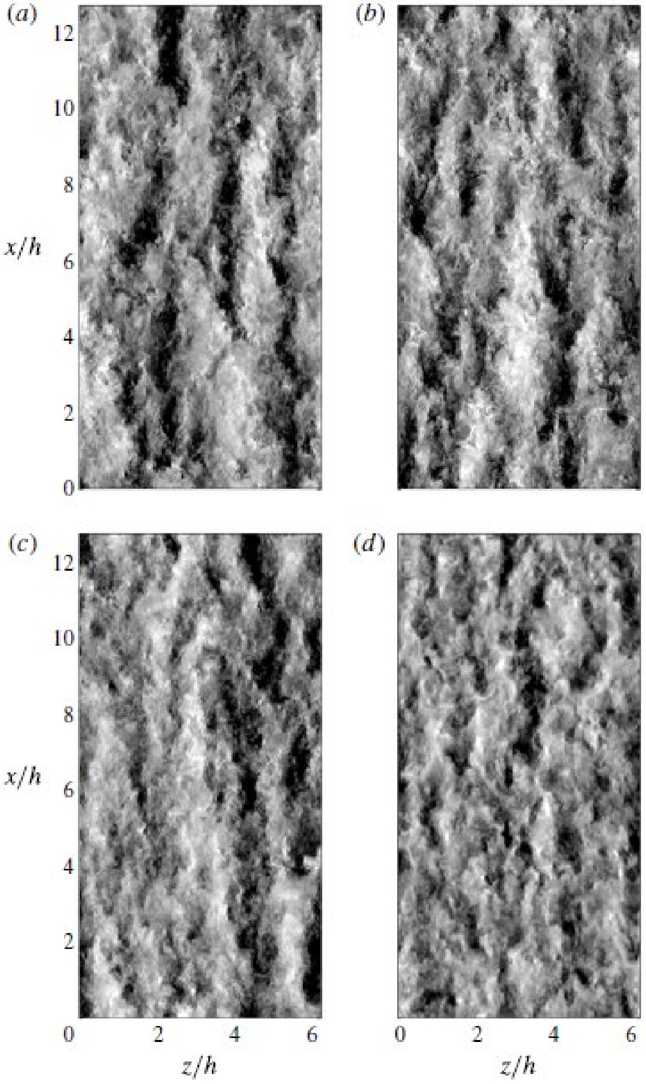


FIGURE 12. Instantaneous perturbation u fields for (*a*) C2000, (*b*) W2600C, (*c*) WLESC and (*d*) WLESD, for $y = 0.6h$. Mean flow is upwards. The shading changes from black below $-3u_\tau$ to white above $3u_\tau$.

	W900C	W2600C	WLESC	WLESD	C950	C2000
y_b^+	86	128	122	124	0	0
y_{off}^+	32	76	76	81	−29	−13
κ	0.28	0.33	0.31	0.32	0.35	0.36
y_o^+	51	87	86	90	0	0
$y_b^+ - y_o^+$	27	34	29	26	0	0
$\bar{u}_\tau / u_\tau$	0.97	0.98	0.98	0.98	1	1

TABLE 2. Offsets, virtual origins and Kármán constants for the fitted mean streamwise velocity profiles. See the text for details.

$$U^+ = \kappa^{-1} \log(y^+ - y^+_{off}) + B,$$

Fig. 30: 種々の場合について，高さy=0.6hでの流れの比較．平均流は上へ．流速は -0.3u_τ以下の黒色から，0.3u_τ以上の白色の濃淡で示す．（Mizuno & Jimenez 2013）

乱流は何故渦に満ちているのか?

等方性乱流の構造　**Kaneda()**

エネルギー消散　最大仮説　?
エネルギー消散　最小仮説　？
回転運動=姿勢保持　自転車，回転物体
ジャイロ．コンパス
太陽系，太陽，惑星

4.7 乱流は何故渦(渦管)だらけなのか?

等方性乱流の構造　Kaneda()

エネルギー消散　最大仮説　？
エネルギー消散　最小仮説　？

回転運動=姿勢保持　自転車，回転物体
ジャイロ，コンパス
太陽系の星，太陽，惑星

等方性乱流の構造　Kaneda()

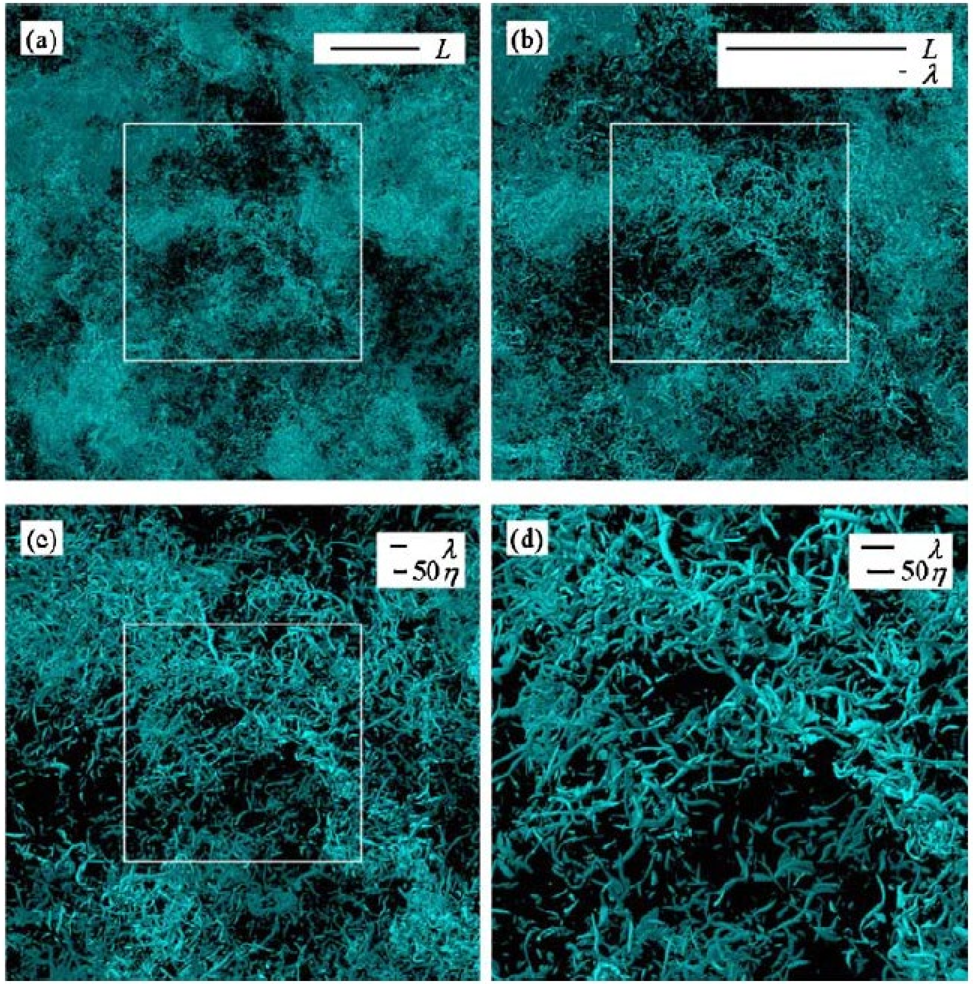


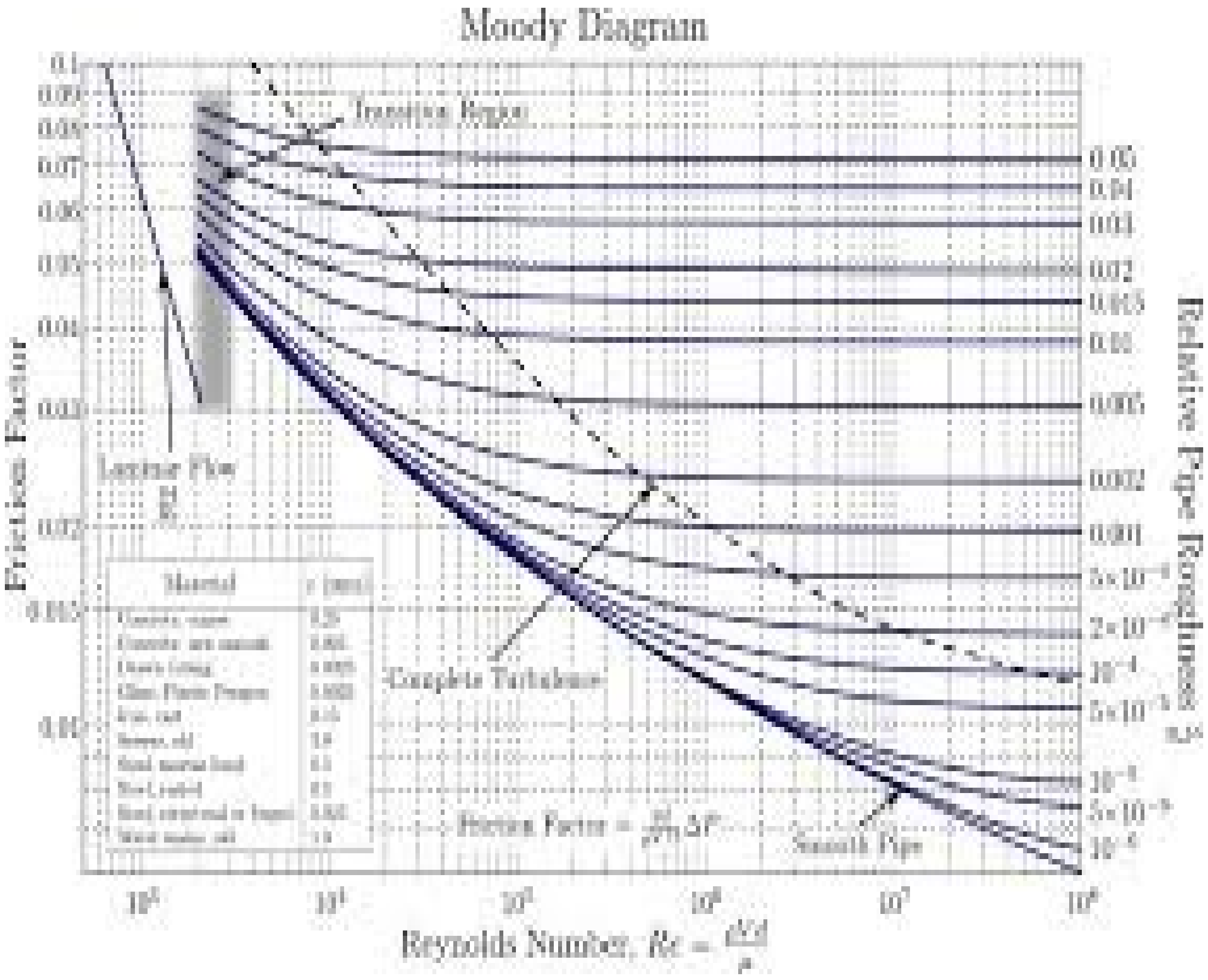
Figure 3.　Intense-vorticity isosurfaces showing the region where $\omega > \langle\omega\rangle + 4\sigma_\omega$. $R_\lambda = 732$. (a) The size of the display domain is $(5984^2 \times 1496)\,\eta^3$, periodic in the vertical and horizontal directions. (b) Close-up view of the central region of (a) bounded by the white rectangular line; the size of display domain is $(2992^2 \times 1496)\,\eta^3$. (c) Close-up view of the central region of (b); $1496^3\eta^3$ (d) Close-up view of the central region of (c); $(748^2 \times 1496)\,\eta^3$.

5. 長く繋がる縦渦構造.　LSM, VLSM : Adrian et al., Marusic et al.

Stripeの発見

6. Stripeの発見

6.1 遷移域の従来の研究



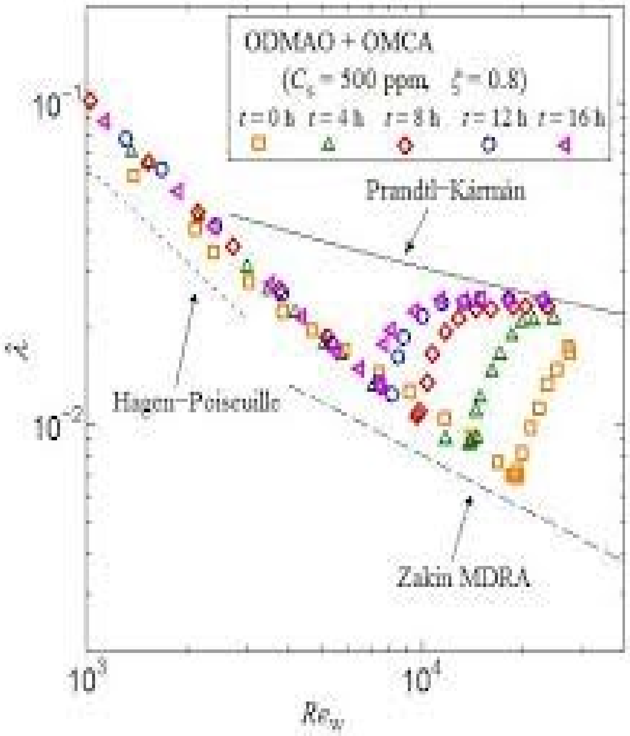


Fig. 6.1: *Re*と friction factor

層流は臨界レイノルズ数を越えると，直ぐ乱流状態に移行するのに，

同軸回転2重円筒の場合や

Rayleigh-Benard対流

などでは，層流状態から直ぐには乱流状態とはならずに，別の層流状態に移行し安定に維持

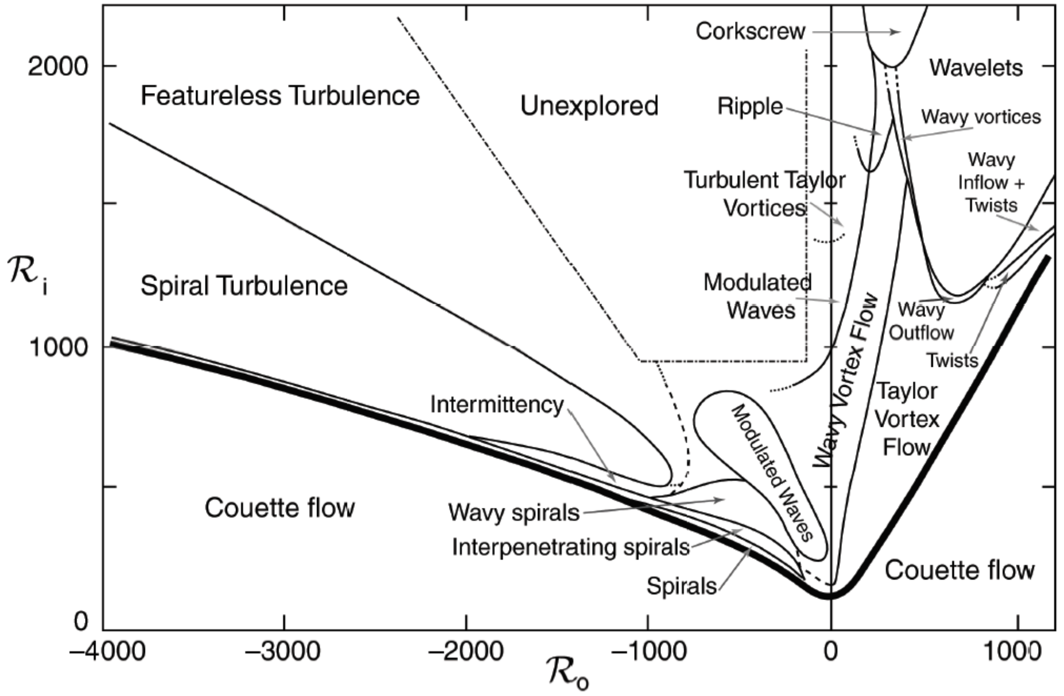
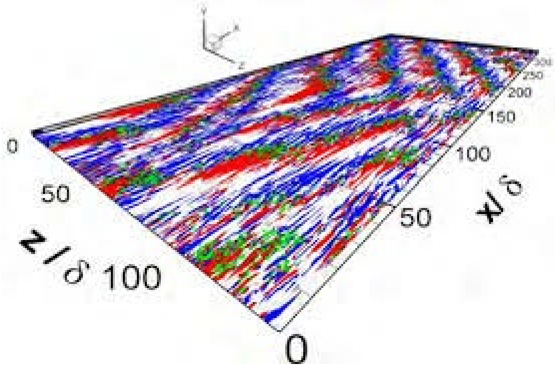
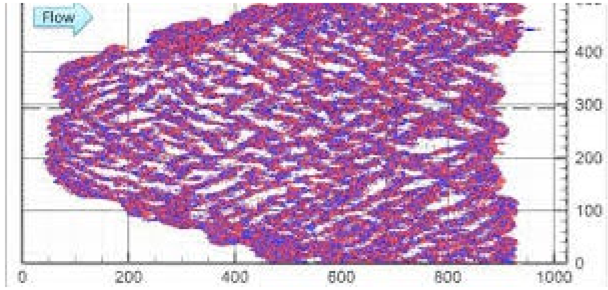
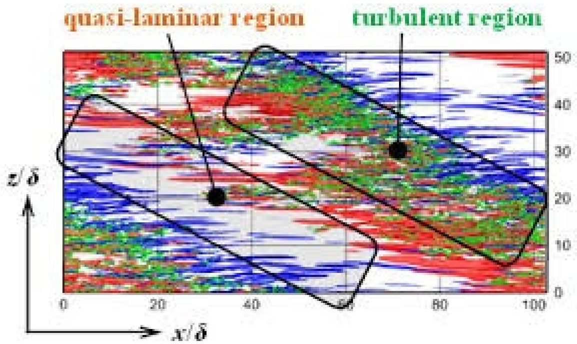


Figure 1: Phase diagram of patterns observed in Taylor-Couette flow as a function of the inner Reynolds number R_i and the outer Reynolds number R_o. The heavy line denotes the boundary between featureless flow below the line and patterned states above the line. (Redrawn from [1], see also [6], figure 7.8).

Fig. 6.2 : Taylor-Couette流の複雑な流れパターン.
（Kerswell 2011）







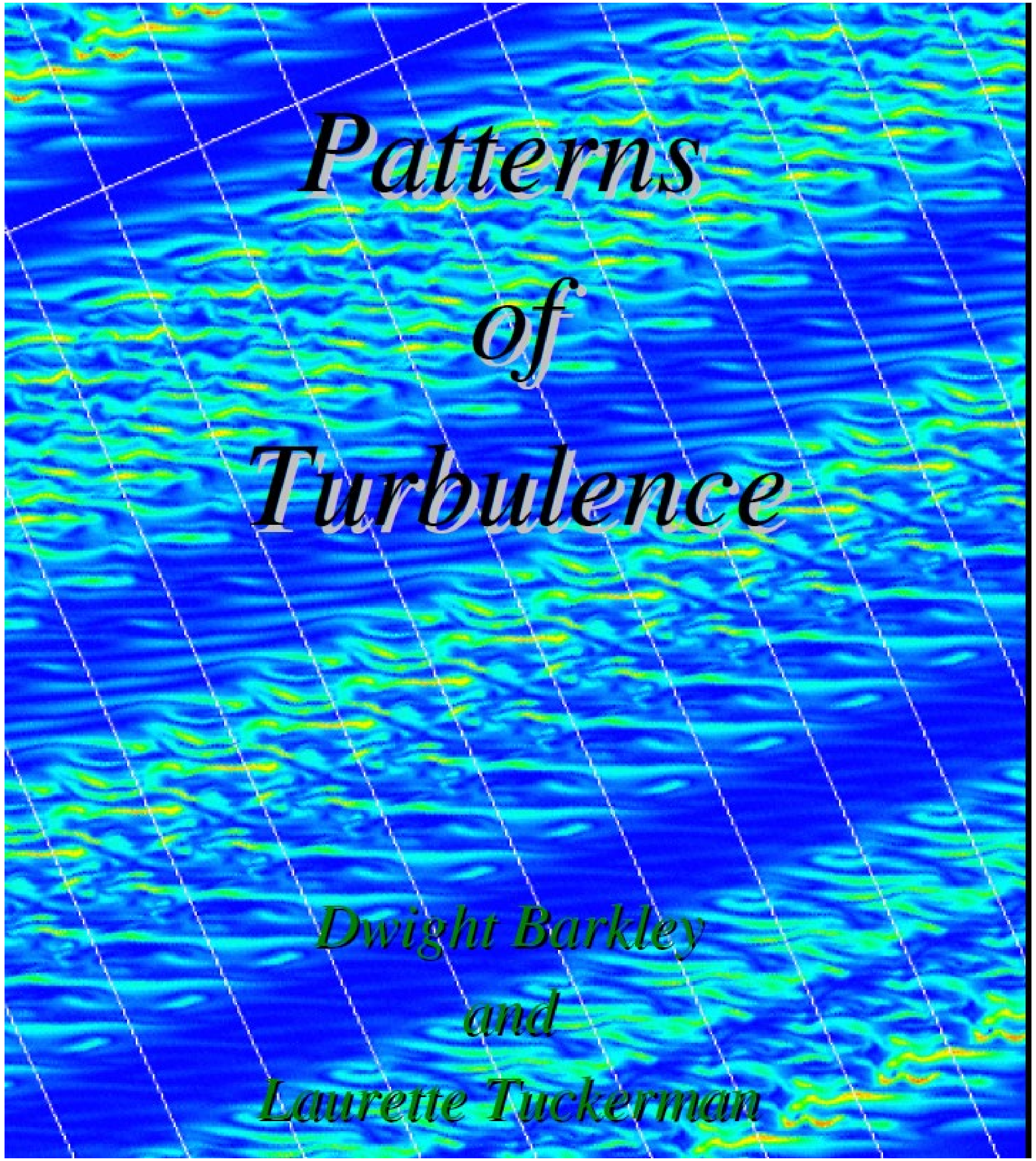


Fig. 6.4 Stripeの微細構造　(Barkley & Tuckerman)

Movie by D. Barkley, You Tube

‘How the turbulence got his stripe. Googleで検索，開く

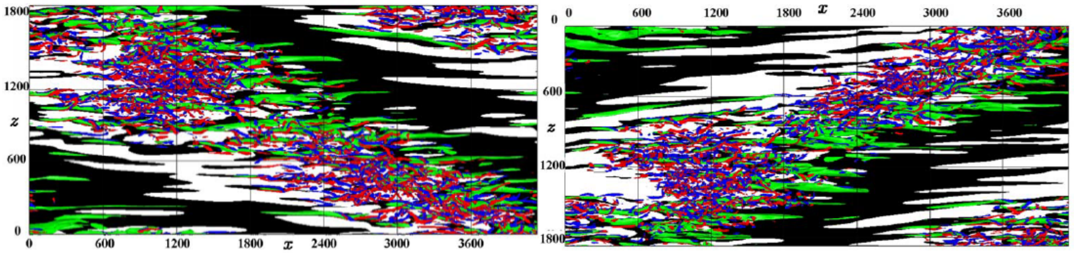


Figure 2: Instantaneous distribution of low-speed streaks and quasi-streamwise vortices at $Re = 60$. (a) and (b) are the upper- and lower-channel sides viewed from the channel centre, respectively. Black represents $u' < 0$ at $y = 10$ as low-speed fluids, while green iso-surfaces, i.e., $u' = -3.0$, are low-speed streaks. Both red and blue iso-surfaces, i.e., $II = -u'_{i,j}u'_{j,i} = 0.01$, represent streamwise vortical structures, where superscript $(\ )'$ represents the deviation from the mean value; red and blue indicate the vortical structures of positive and negative streamwise vorticity, respectively.

Fig. 6.5: Stripe構造（Fukudome et al. 2012）

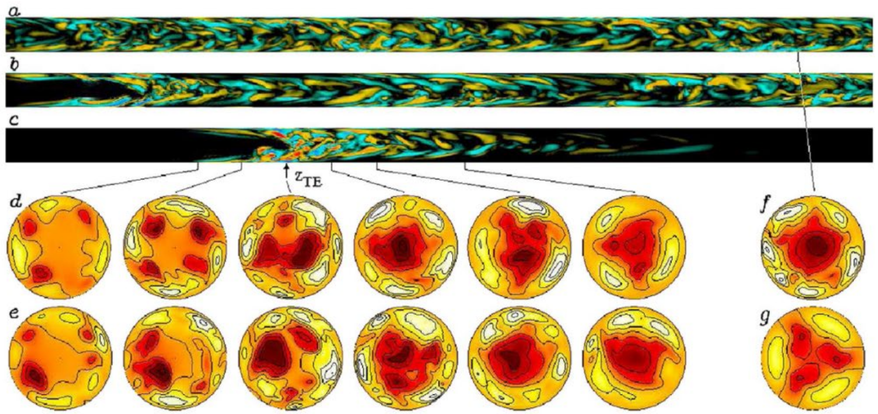


FIG. 2 (color online). Axial component of vorticity in (r, z)-plane, $25D$ shown of $50D$ computational domain; (a) slug turbulence at $\mathrm{Re} = 2800$; (b) inhomogeneous turbulence at $\mathrm{Re} = 2400$ (c) puff turbulence at $\mathrm{Re} = 2000$. Cross sections in (r, θ) show the axial flow relative to the laminar profile with fast streaks (light/white) and slow streaks (dark/red), contour lines each $0.2U$; (d) $m = 4$ and $m = 3$ structures seen upstream and downstream of the trailing edge z_{TE} (flow is left to right); (e) sections from a puff where no clear structures are observed; (f) energetic section at $\mathrm{Re} = 2800$, but resembling $m = 5$ structure; (g) exact solution with threefold rotational symmetry.

Fig. 6.6 : (Willis & Kerswell 2008)

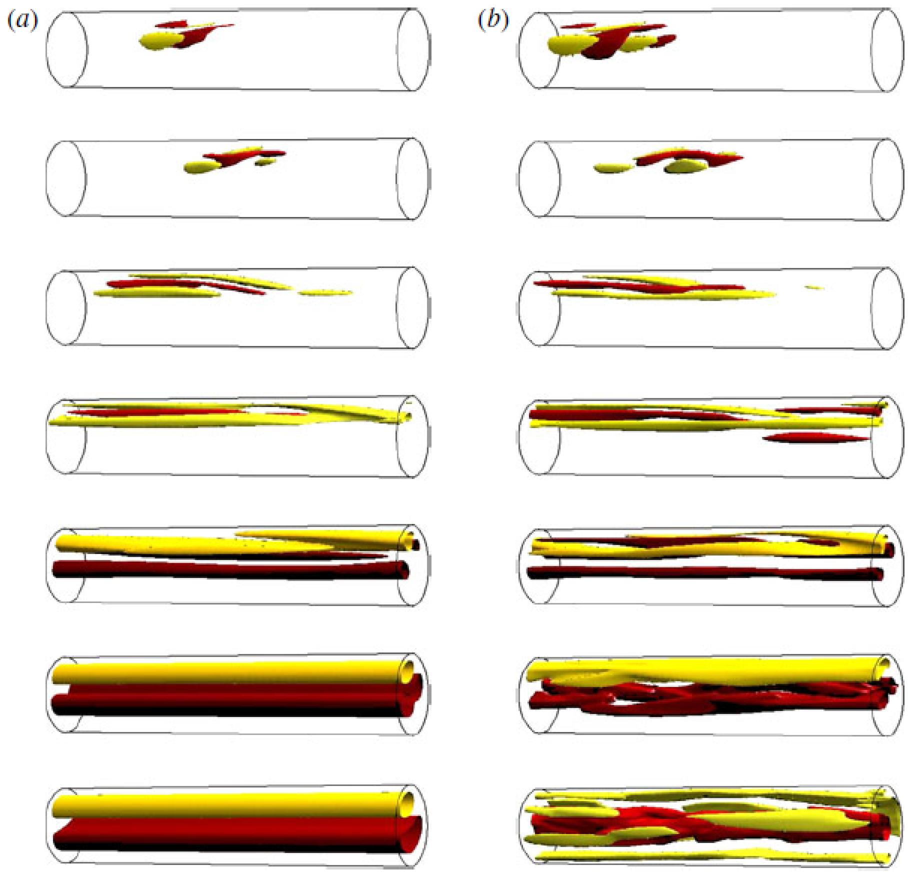


FIGURE 12. (Colour online) Snapshots showing isocontours of streamwise perturbation velocity during the evolution of the final states produced by the iterative scheme for (*a*) $E_0 = 7.058 \times 10^{-6}$ and (*b*) 7.124×10^{-6}. The isocontours in each plot correspond to 50 % of the maximum (light/yellow) and 50 % of the minimum (dark/red) of the streamwise perturbation velocity in the pipe at that time. The snapshots correspond to times $t = 0$, 0.5, 5, 10, 20, 40 and $75D/U$. In both cases the energy is initially localized in the streamwise direction and the disturbance quickly spreads. By $t = 10$ both disturbances have created streamwise streaks, but only for the lower energy do they become streamwise independent. The larger amplitudes of the higher energy streaks are subject to a turbulence-triggering instability.

Fig. 6.7 : 管路の場合(Prigent & Kerswell 2012)

6.6 境界層流と平面ポワズイュ・クエット流の乱流斑点 (Turbulent spot)(省略)

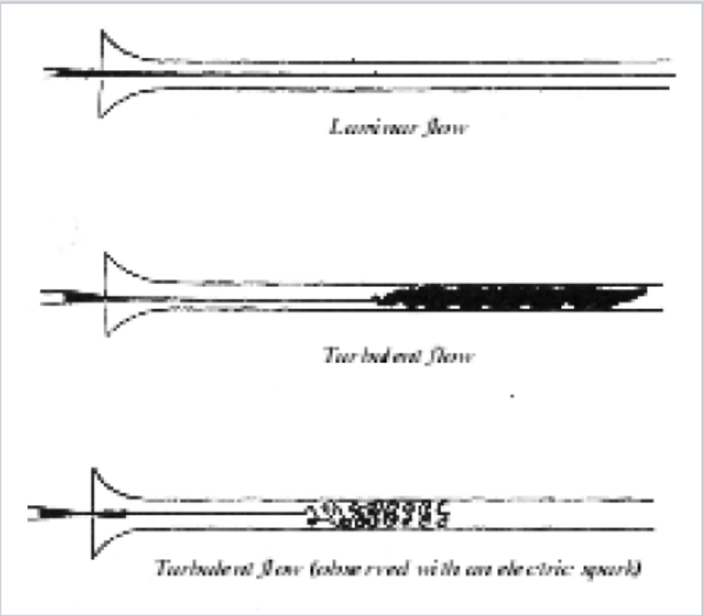
何故，層流安定問題の固有値解が，
実験と合わないのか.

－固有値解析の限界. Squire(1933)の定理の呪縛
2次元問題を解けば十分である

7. 何故，層流安定問題の固有値解が，実験と合わないのか．
－固有値解析の限界．

7.1 Dancing flameとRayleighの変曲点不安定理論

Rayleigh (1880)は**変曲点不安定**の理論は，流体の流れが外界からの刺激で乱れるという最初の理論で，有名なReynoldsの実験(1883)に先立つ**微小擾乱による安定問題**の始まりでした．この考え方は1世紀にも亘って流体力学を支配し続けた．



Reynolds' 1883 observations of the nature of the flow in his experiments

Fig. 8.1 : Reynolds(1883)の実験

7.3 Orr-Sommerfeld Eq.

Orr(1907)-Sommerfeld(1908)方程式で，安定問題の出発点

粘性流体の方程式に現れる無次元数 $Re = UD/\nu$ をレイノルズ数と呼ぼうと提案したのはSommerfeld(1908)

$$\begin{pmatrix} u'(x,y,t) \\ v'(x,y,t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi(x,y,t)}{\partial y} \\ -\frac{\partial \Psi(x,y,t)}{\partial x} \end{pmatrix}, \qquad \Psi(x,y,t) = e^{ik(x-ct)}\phi(y)$$

Orr–Sommerfeld の方程式

$$(U-c)\left(\frac{d^2}{dy^2} - k^2\right)\phi - \frac{d^2U}{dy^2}\phi - \frac{1}{ikR}\left(\frac{d^2}{dy^2} - k^2\right)^2\phi = 0$$

$$\phi(y=\pm 1) = 0, \qquad \frac{d^2\phi}{dy^2}\bigg|_{y=\pm 1} = 0$$

中立曲線

$$\mathrm{Im}\ [c(Re,k)] = 0$$

答えは

$u \propto \exp(ik(x\text{-}ct))$

の形になります．ｃの虚数部が正であれば，擾乱は対数的に急激に増幅します．

答えは

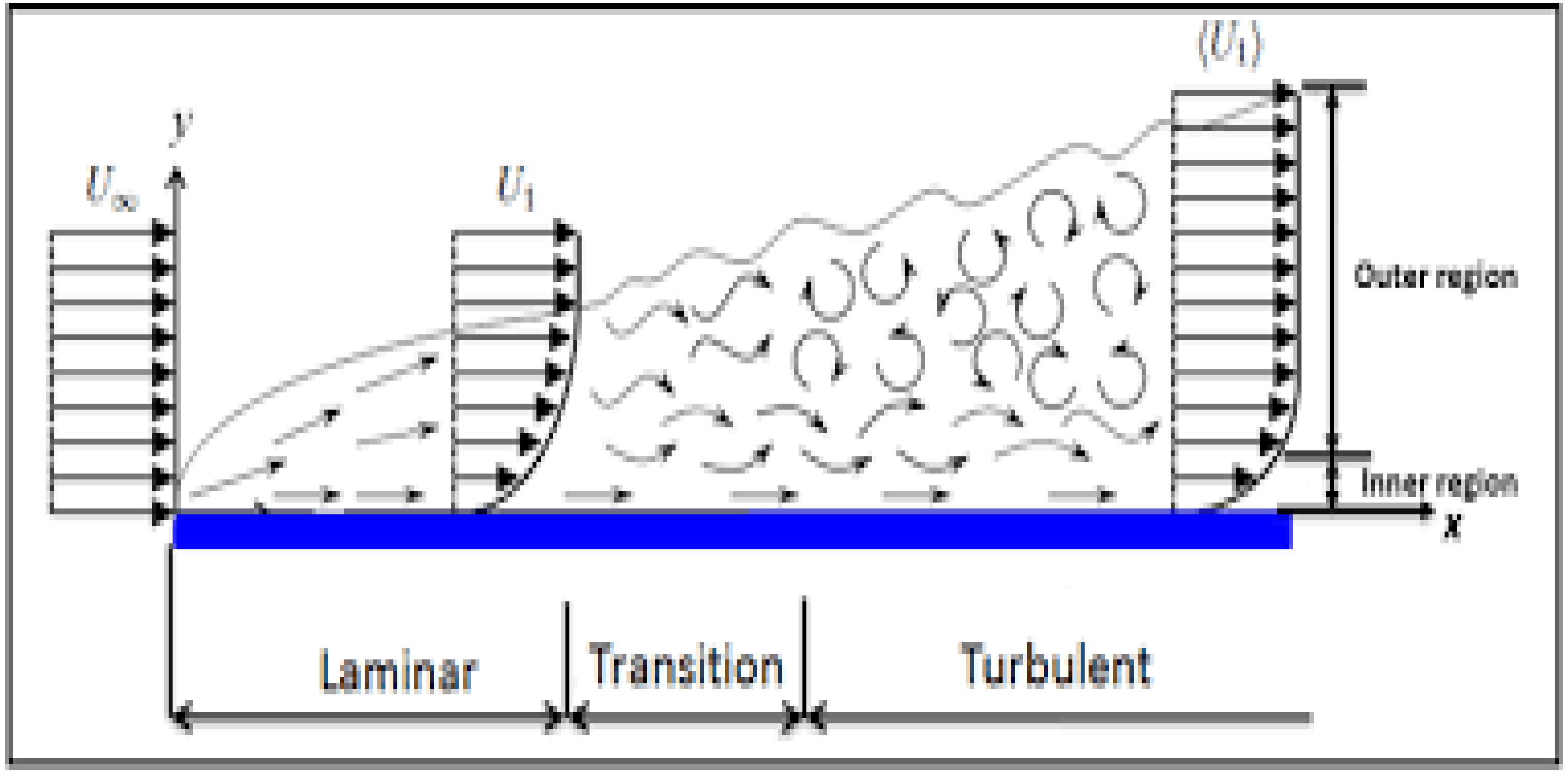
$$u \propto \exp(ik(x-ct))$$

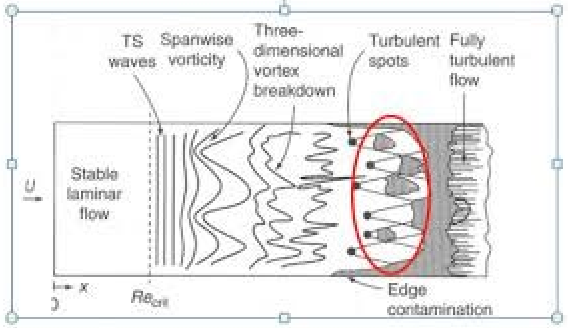
の形になります．c の虚数部が正であれば，擾乱は対数的に急激に増幅します．

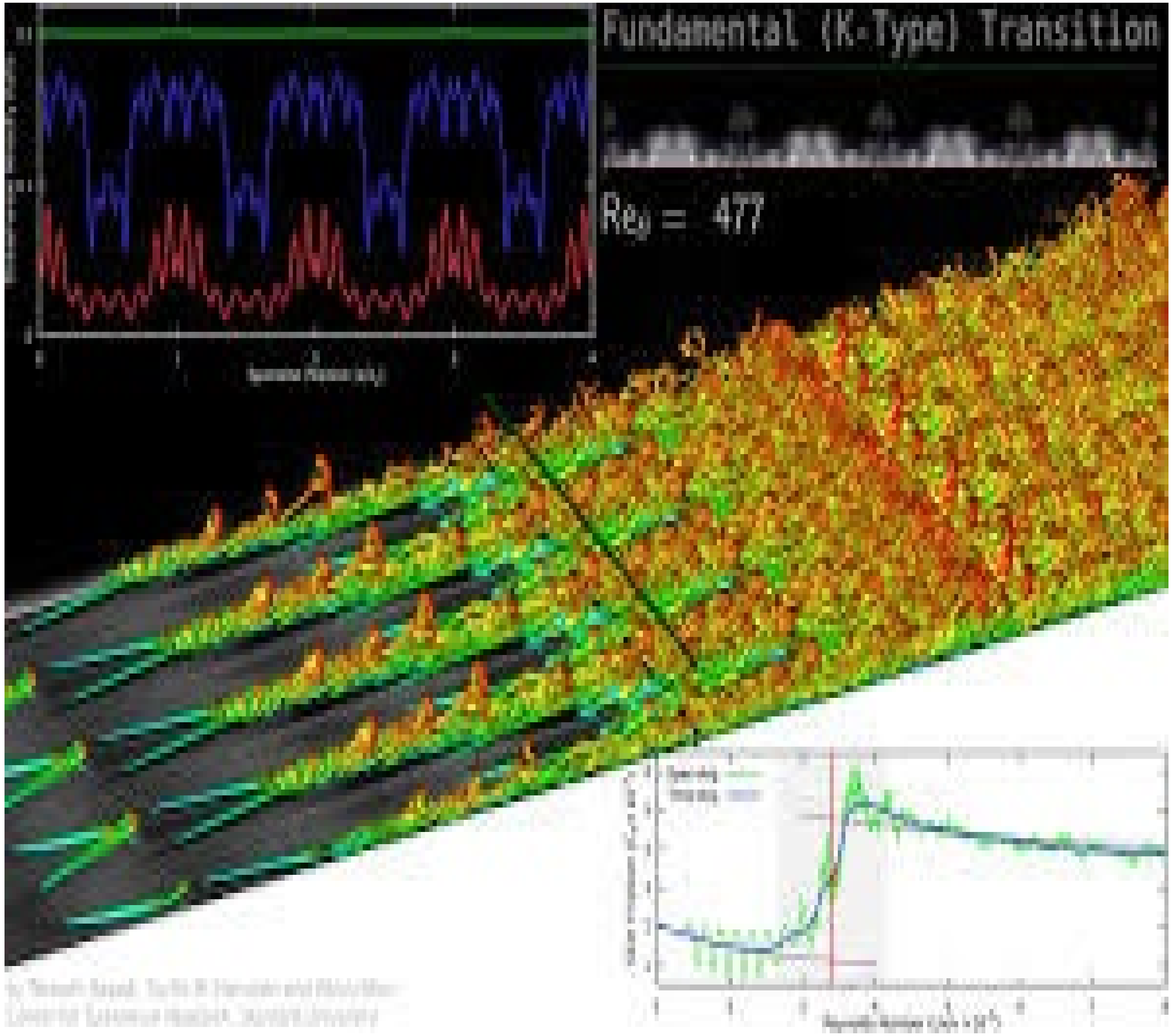
Critical Reynolds numbers (Re_c, Re_δ)

	固有値解	実験	数値シミュレー
Poiseuille flow(2D)	5,772(Orszag 1971)	不安定（1,000〜8,000）	»500(Orszag & Patera (1983)
Poiseuille flow(pipe)	∞(不安定にはならない)	不安定 »2000	
Couette flow (2D)	∞	不安定 360	
Boundary Layer	420	420	

7.5境界層の場合の理論と実験







[Fundamental and subharmonic transition to turbulence in zero-pressure-gradient at-plate boundary layers | IAHR Media Library iahrmedialibrary.net]()

Fig. 8.3: 乱流境界層の発達．ヘアーピンの林

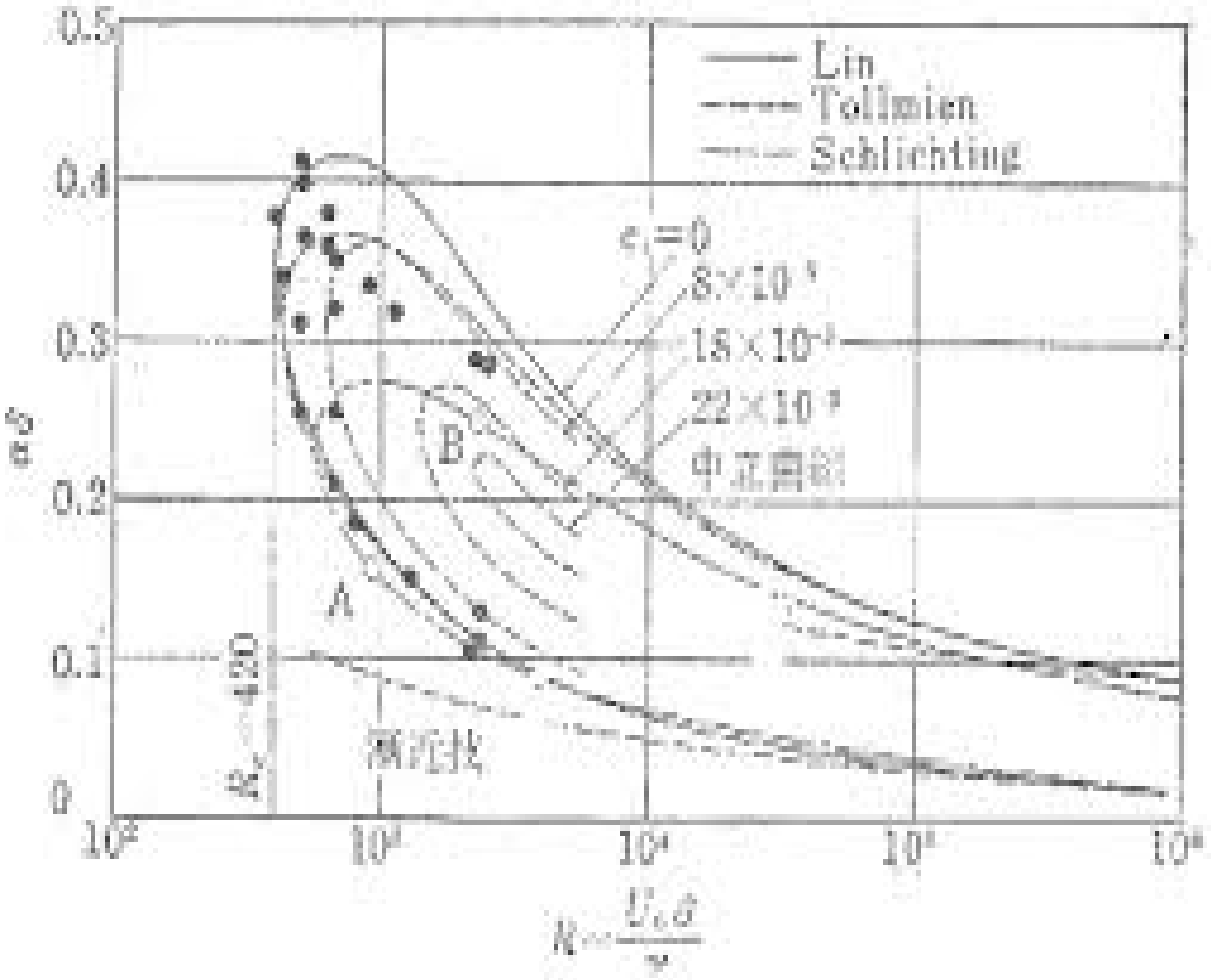


Fig. 8.4: 中立曲線と不安定曲線 (Lin)

7.6過渡領域での発達

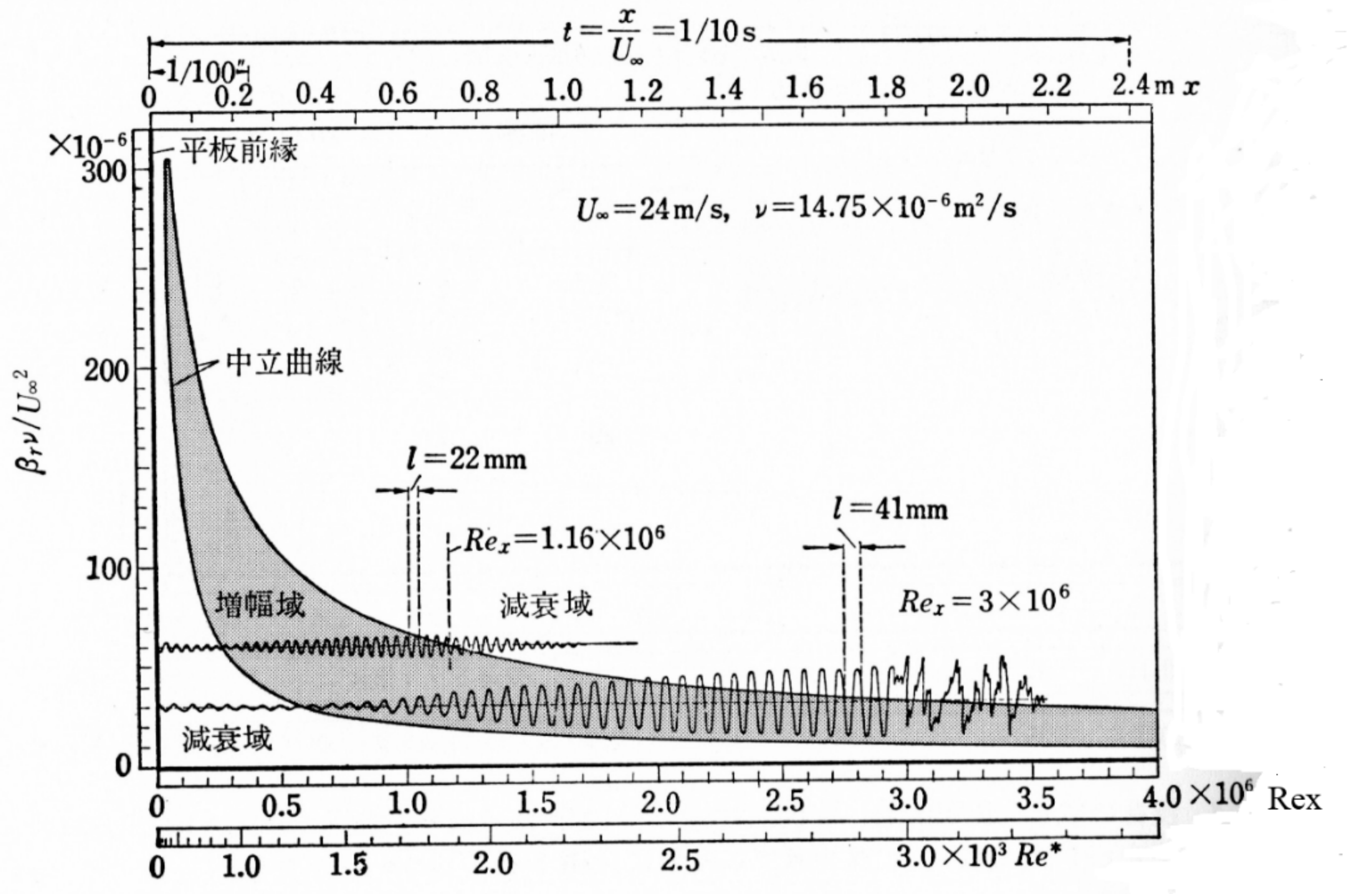


図 18.6 振動数 β_r の撹乱波の増幅・減衰過程（Tietjens による）

Fig. 8.5: Tollmien-Schlighting波の増幅．減衰過程

過渡域での擾乱の発達と乱流化

安定問題では**3次元微小擾乱**が時間空間的に直線的に発達することが, **Landahl**(1980)により示される

過渡状態での**3次元微小擾乱**の発達が重要である

安定問題では**3次元微小擾乱**が時間空間的に直線的に発達することが, **Landahl**(1980)により示されます。
指数関数は変数(時間)が大きくなると急激に増加しますが, 変数が小さい区間ではその増加は微々たるものです.

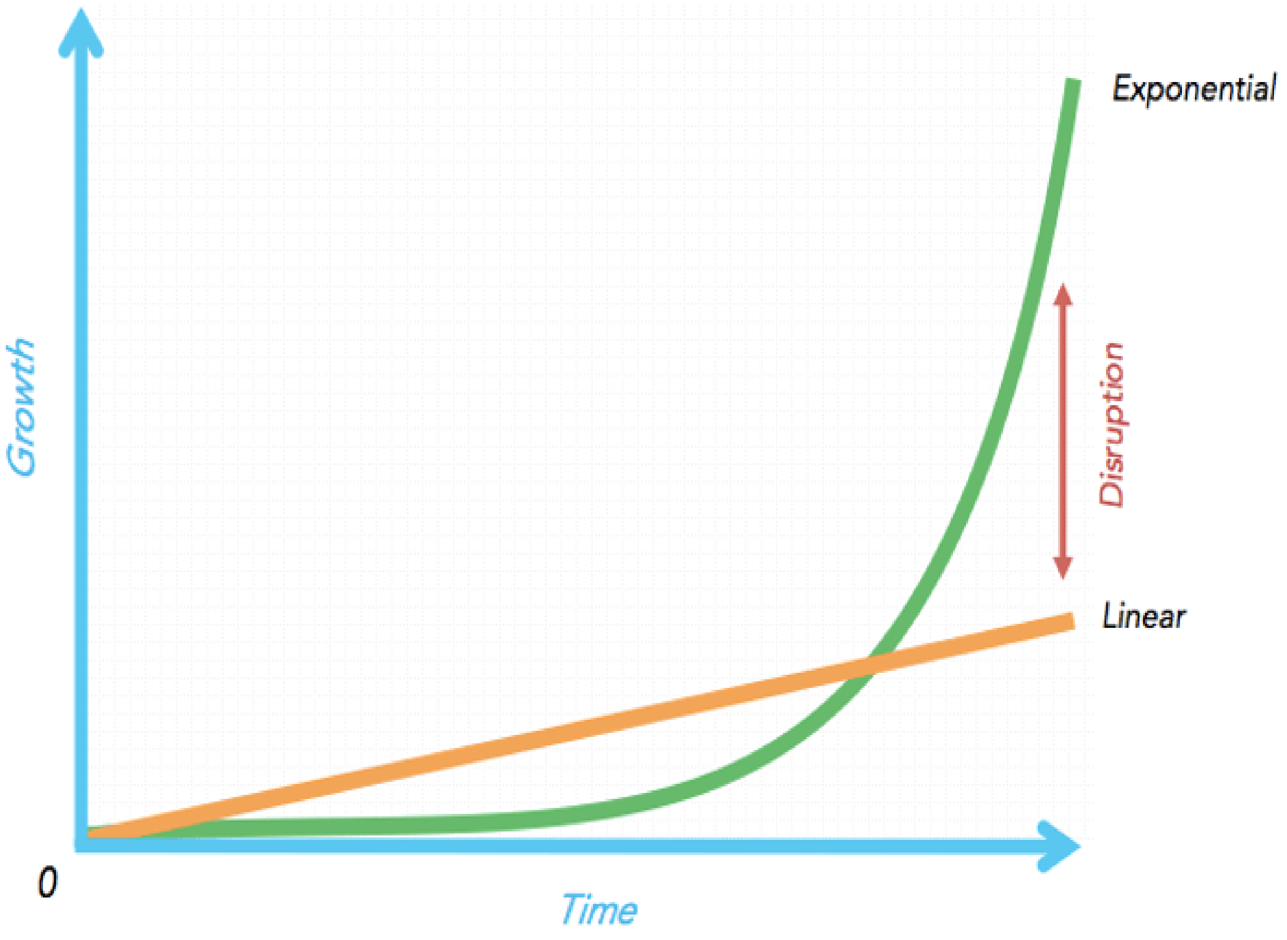


Fig. 4.6: 指数関数的増加と線形増加の比較(shikumikeiei.com)

過渡状態での擾乱の発達

安定問題では，この過渡状態での擾乱の発達が重要であると気付いた人が，論文がボツボツ表れるようになります.
こうした解釈，理解は, Landahl(1980)の指摘から10年経った1990年頃から，数名の人たちにより唱えられ，徐々に認められ，2010年頃には定説となります.

Berg & Brosa (1988)
Gustvson(1991)
Butler & Farrel (1992)
Reddy & Henningson (1993)
Trefethen et al.(1993)
Luchini (2000)
Schmid & Henningson(2001)
Cherbini et al. (2010)

などです．通常のモード解析の方法では擾乱の初期変化は説明できないのです.

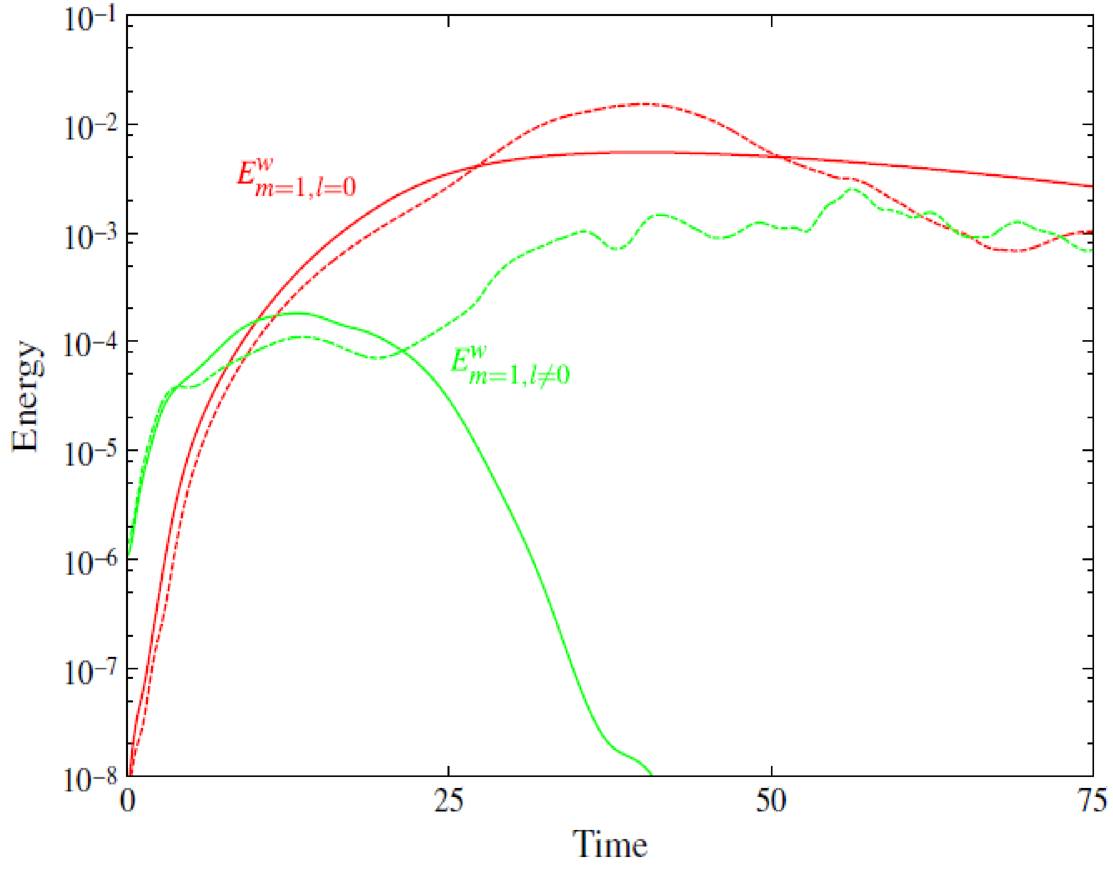


FIGURE 13. (Colour online) The energy associated with the $m = 1$ axial component of the disturbances calculated for $E_0 = 7.058 \times 10^{-6}$ (solid lines) and $E_0 = 7.124 \times 10^{-6}$ (dashed lines). Each energy is split into streamwise independent (dark/red uppermost lines at $t = 25D/U$) and streamwise dependent (light/green lowermost lines at $t = 25D/U$) parts. The former measures the streaks created by the disturbance while the latter shows the instability of these streaks.

Fig. 6.8 : 管路の場合のエネルギーの増加．減衰．(Prigent & Kerswell 2012)

7.7 過渡域での擾乱の発達と乱流化

3次元微小擾乱の変化は, **線形化Navier-Stokes式**を解くことで得られます.式形は　Orr-Sommerfeld式に比べてかなり複雑になります。線形化Navier-Stokes式については, Lin(1961), Schenstad(1960), Di Prima & Habetler(1969), Butler & Farrell(1992)などを参照していただきたい.

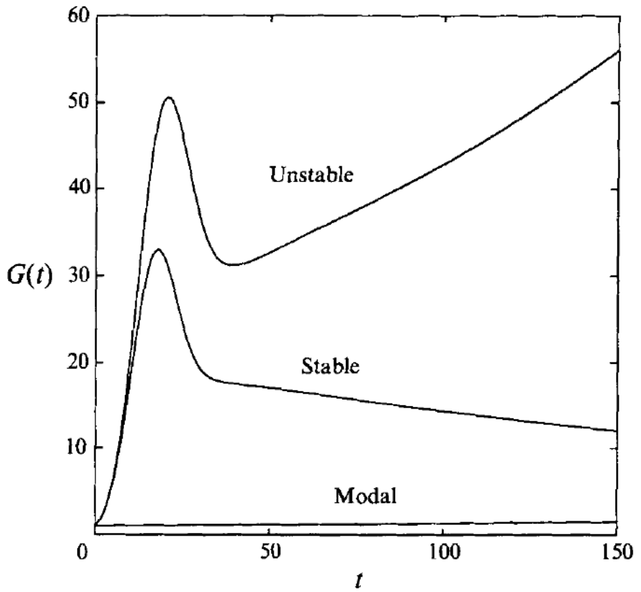


FIGURE 9. Plot of $G(\alpha, 0, R, t)$ for stable and unstable Poiseuille flow. The stable case corresponds to $\alpha = 1$ and $R = 5000$, and the unstable to $\alpha = 1$ and $R = 8000$. The curve labelled 'Modal' is a plot of the perturbation energy in the case where the initial velocity is the normalized eigenfunction corresponding to the unstable eigenvalue for $\alpha = 1$ and $R = 8000$.

Ready & Henningson 1993 JFM, Fig. 9

Fig. 8.7: 不安定．安定の場合のエネルギーの増加関数 $G(t)$の時間変化．モード解析の増加は極めて少ない．
Ready & Henningson (1993)

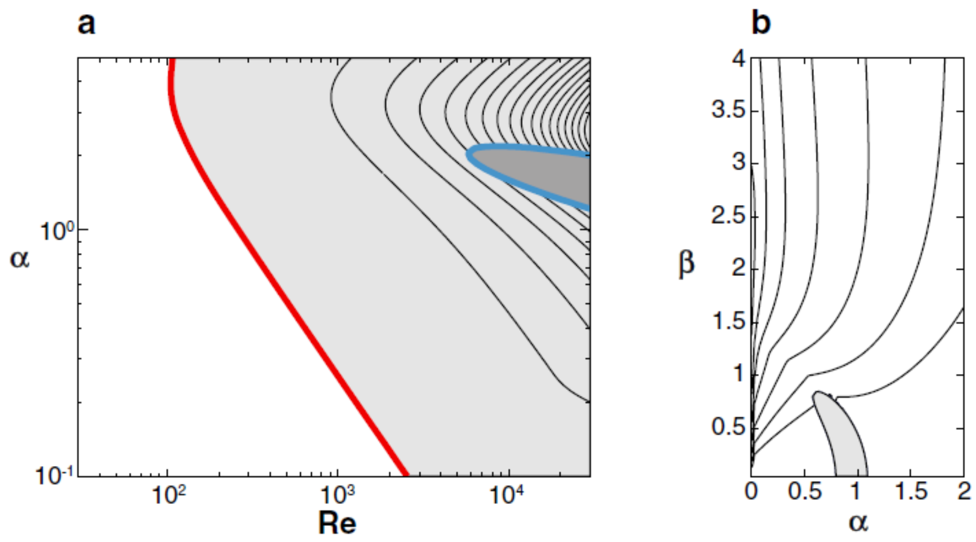


Figure 4

Parameter study of transient growth for two- and three-dimensional plane Poiseuille flow. (*a*) The neutral curve of two-dimensional plane Poiseuille flow (*blue line*) delimiting the area of asymptotic growth (*dark gray*) from the area of asymptotic decay (*light gray and white*), and the curve (*red line*) delimiting the area of transient growth, but asymptotic decay (light gray) from the area of no transient growth (*white*). The well-known critical Reynolds number $Re_{crit} = 5772$ can be easily determined from the graph. In the light gray area, the contour levels of G_{max} range from 10 to 170 in steps of 10. (*b*) Maximal transient growth of energy for plane Poiseuille flow at $Re = 10000$ as a function of the streamwise (α) and spanwise (β) wave number. The largest transient growth occurs for perturbations with no streamwise dependence ($\alpha = 0$). The gray area in the $\alpha - \beta$-plane indicates parameter combinations for which asymptotic exponential growth is found. The contour levels are 250, 500, 1000, 2000,

Fig.8.8: Poiseuille flowの安定．不安定曲線－レイノルズ数と波数の関係．右やや上の角状の青色線は漸近的増加域(濃い灰色)と漸近的減衰域(淡い灰色と白色)の境界，下の横軸から左に大きくカーブする赤線は漸近的には減衰するが，過渡的には増加する領域と過渡的増加がない領域の境界線． α, β は,それぞれ流下方向とスパン方向の波数． Schmid(2007, *Ann. Rev. FM*)

7.8 Bypass Transition

乱流状態が，臨界レイノルズ数より低いレイノルズ数で発生することは，早い段階で知られていました．これをMorkovin(1969)はbypass transitionと名付けました

7.9 結論

今から振り返ると，壁に沿う層流の安定問題，壁乱流への遷移問題の解決には，随分と回り道をしたように思います．

私見ではありますが，OS eq.を解くのに，解の形を$\psi(x,y,t) \propto \varphi(y)\exp(ik(x-ct))$と波動型に決めて解いているのですから，当然です．
任意の関数はFourier展開で表せるとの思い込みの「虚」を突(衝)かれた感じ

乱流流速分布の混合距離理論は，間違っている?

8. 乱流の対数分布則は正しいか？

8.1 乱流流速分布の混合距離理論は，間違っている?

*log*分布則は，Prandtl(1926)の混合距離理論(mixing-length theory)によるもので，

$$\tau = \ell^2 |dU/dy|$$

と表される．
ここで， $\tau = \tau_0 = \tau_{wall}$,
混合距離　$\ell = \kappa y$
と仮定すれば，直ちに log-law が導かれます．

混合距離という考えは19世紀末からの気体の分子運動論からの類推であり，実際の乱流現象を余りにも模型化し過ぎているとの批判が以前からありました．

実際の乱流現象を余りにも模型化し過ぎているとの批判が以前からありました．
Izakson(1937)やMillikan(1939)は，
粘性底層,壁近傍の「壁法則」と「速度欠損則」を接続する流速分布式として対数則の導き方を提案

8.2 乱流構造からの最近の研究

a) Townsend(1951)のattached eddy hypothesis

c) Navier-Stokes方程式からのTownsend attached eddy仮説の導出

8.3 Lie群論によるReynolds方程式の解 −

壁乱流の流速分布式へのLie群論の応用－群不変量，対称性

She, Chen & Hussain(2017)は，まず，レイノルズ平均方程式(RANS)のdilation-group不変性を確かめた後，Lie群論の対称性解析から応力長さ関数の多層公式(multi-layer formula for the stress length function) を導き，(不変量に関する平均運動量方程式は閉じていないので)応力長さとその微分に関して群不変性仮説を立て，平均剪断レイノルズ応力，流れの全領域にわたる平均流速の**多層解析解を陽的形式**で得ました．

エネルギー生産(SW),消散(ε), および場所的輸送効果
(Π_p)とすると, 平衡関係 $SW+\Pi_p = \varepsilon$

粘性底層では $SW \ll \boldsymbol{\varepsilon} \gg \Pi_p$
バッファー層で $O(SW) \gg O(\boldsymbol{\varepsilon}) \gg O(\Pi_p)$
バルク域では $SW \gg \boldsymbol{\varepsilon} \gg \Pi_p$
コアー層では $SW \ll \boldsymbol{\varepsilon} \gg \Pi_p$

Karman Constant
Sheらの理論では,恣意的に範囲を指定する必要はなく,

$$\kappa = 0.45(2)$$

8.3 何故，乱流のlog-law解は統計平均的に安定なのか．
何故，乱流のlog-law解は不安定にならないのか．

私の疑問提出の形と表現は異なりますが，この問題に取り組んだのがdel Alamo & Jimenez(2006)です．
彼らは，経験公式である渦粘性係数を用いて，まず乱流場を求め，これがLaufer(1952)の実験値と合うことを確かめた上で，

スパン方向の幅が乱流を維持出来る最小の幅の乱流場場合にどのような擾乱が最も発達しやすいか，言い換えるならば乱流場の安定性を検討し，
それが流下方向に長く延びた縦渦であることをしめしました．

この流下方向に長い渦は，Balakumar & Adrian(2007)やMarusic & Adrian (2013)が言い出したLSM=Large Scale oltionやVLSM=Very Large Scale Motionに相当するでしょう．この図はスパン方向の縦断面で交互に並ぶ高速，低速の縦渦列を示しています．

9. その他の問題 (省略)

10. 乱流は制御できるか？

善=無くては困る

拡散作用

呼吸ができない

汚染物の拡散，濃度の減少

植物，食料の光合成，CO_2 の取り込み，O_2の放散

生命の誕生

悪=抵抗損失

．乱流遷移を遅れさせる方法

．混入物による方法—粒子，気泡，ポリマー，界面活性剤

気泡船

．物体の形を変える．表面の材質を変える

．能動制御

MEMSによる方法

流れの方向に進行する波状局面

スパン方向に壁面を振動させる

．プラズマ．アクチュエーター

実用化の問題点=種々の方法が提案され，実験が行われているが，実用化は？

．製作費用

．運用．保守. 耐久性

11. 乱流研究は何に役立つか？

輸送パイプライン
消防ホース
気泡船
飛行機の燃料費を半減
　　エンジンの燃焼効率の向上
　　温暖化の抑制
　　感染症Virusの飛散，拡散低減．．．aero-biology．．．「富岳」
　　作物，食料生産の最適設計　．．．aero-biology
吊り橋の限界風速の向上，安定化．振動防止

水理学

a. 川

縦渦列

側岸渦 (水平渦)...池田 変曲点不安定説

河床波. . . Kennedy

欠点=理論，実験の裏付けなしに河床波と土砂輸送量の間にlagを導入

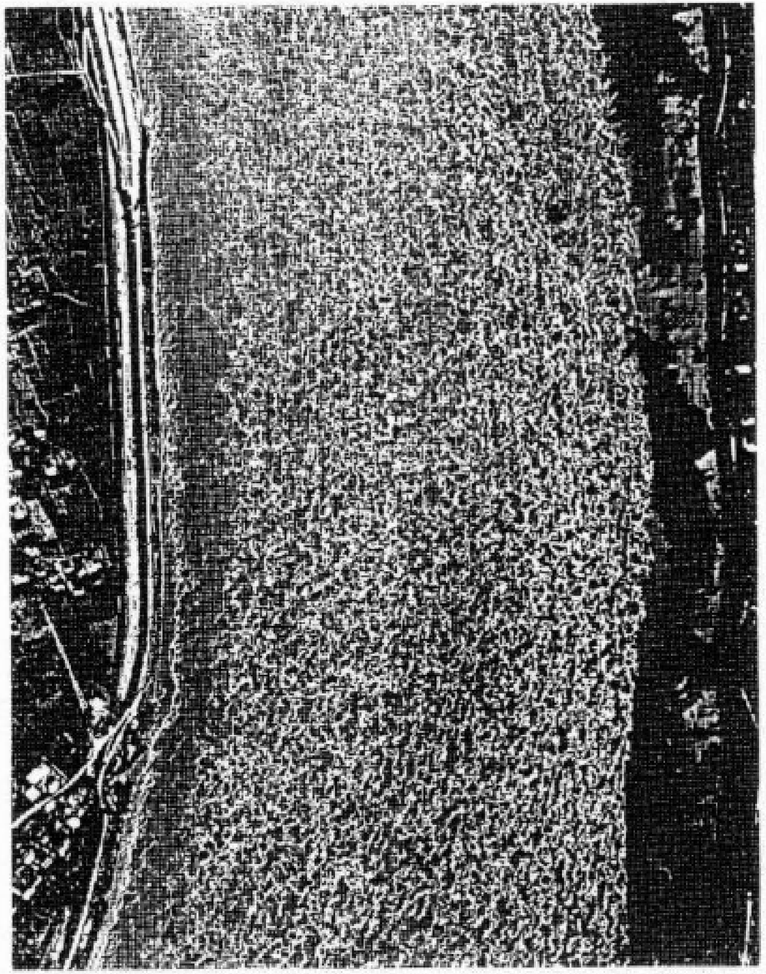
河床波スペクトル. . . Hino

河川の蛇行. . . 池田, Parker, 沢井

ボイル. . . 福岡．福島．奥津(1980), 禰津ほか(H21), Hino et al.()

河川形状の変化. . . 清水ほか(2018)

以下に，幾つかの例を，主に私および私の近辺の方達の研究から示します．例は随分と多くその全てを挙げることは無理なのです.



写真−1　木曽川の洪水面の泡　1964. 9 .25出水時撮影(木曽川上流工事事務所提供)

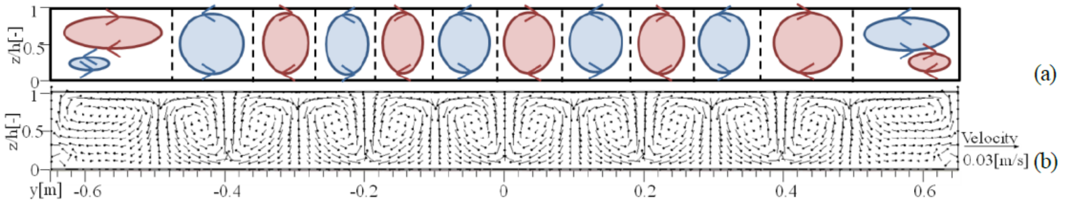


図-3　Case1における二次流セル分布：(a)Blanckaertらの実験結果；(b)数値解析結果

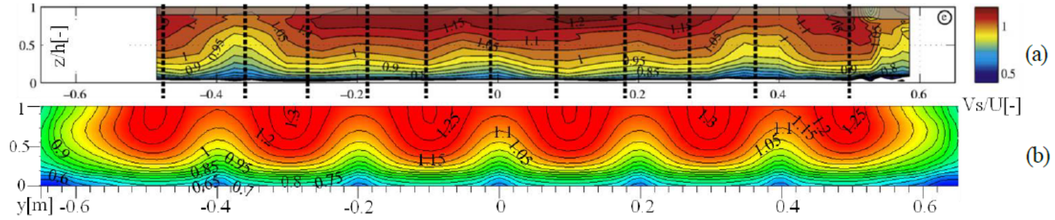


図-4 Case1における主流流速V_s/U分布：(a)Blanckaertらの実験結果；(b)数値解析結果

Fig. 11.2b: 鈴木，木村，清水 (2015)

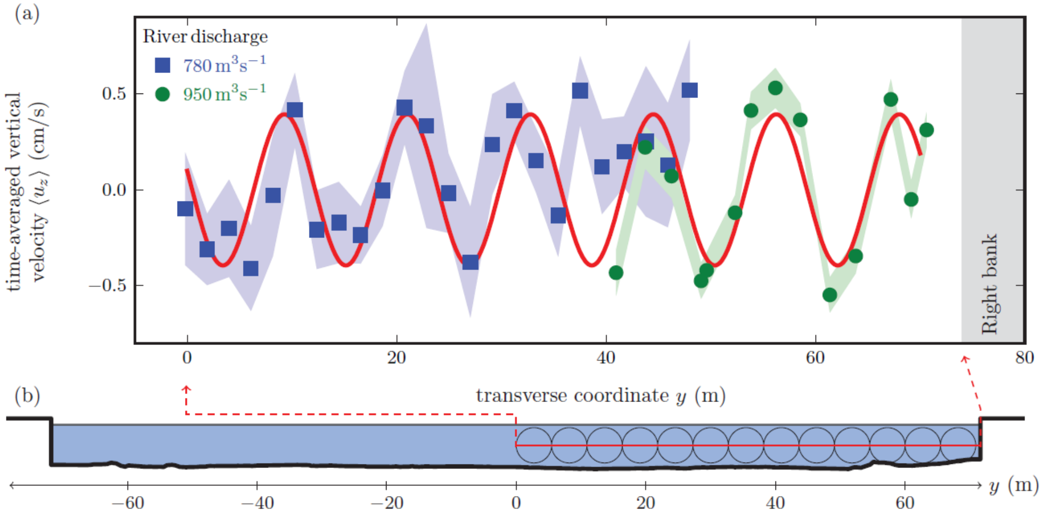


FIG. 4. (a) Time-averaged vertical velocity $\overline{u_z}$ in a transect, at half the flow depth. The shaded envelopes represent the standard error on the mean. The solid curve is a cosine fitted to the data. (b) Topography of the river cross-section at the measurement location (scales are preserved). The distance y is measured from the middle of the channel.

Fig. 11.2c: 音響ドップラー流速プロファイラーによるセーヌ川での縦渦の測定.

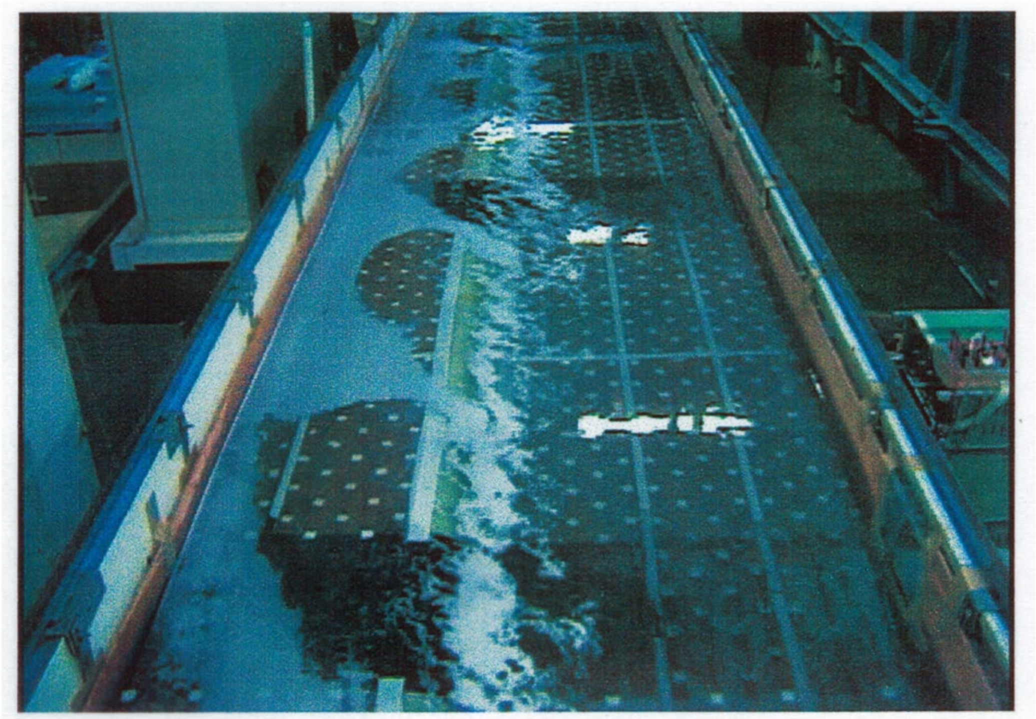


Fig. 11.3: 池田 側岸渦

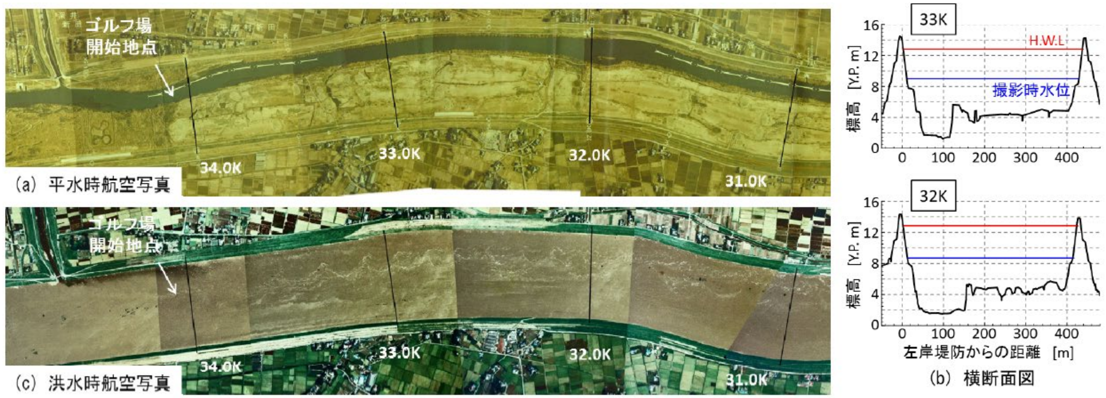


図2 江戸川の解析対象河道および洪水の流況（河道-B）

石川．箕浦 2011

Fig. 11.4: 側岸渦，石川．箕浦 (2011)

Fig. 8 The contour of the distribution of the vertical velocity in a horizontal plane near the river surface. Depth from the surface ; (a) -0.2m ; (b) -0.6m

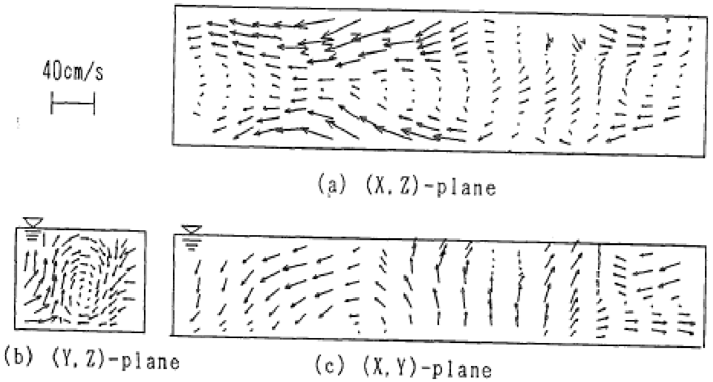


Fig. 6 3D quasi-instantaneous velocity field.
(a) y=-0.6m
(b) Y-Z components of velocity fluctuations below the 'boil'
(c) z=3.7m

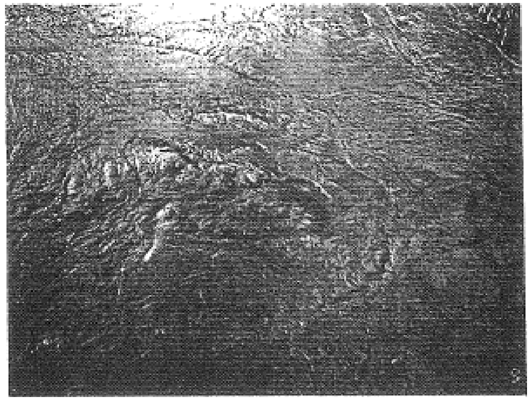


Fig. 9 Photo of the boiling phenomenon

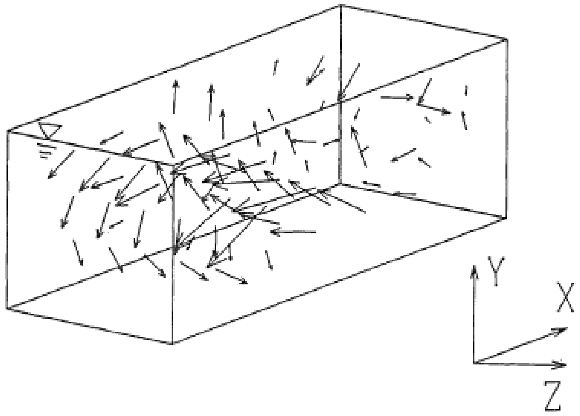


Fig. 7 3D quasi-instantaneous velocity fluctuation.

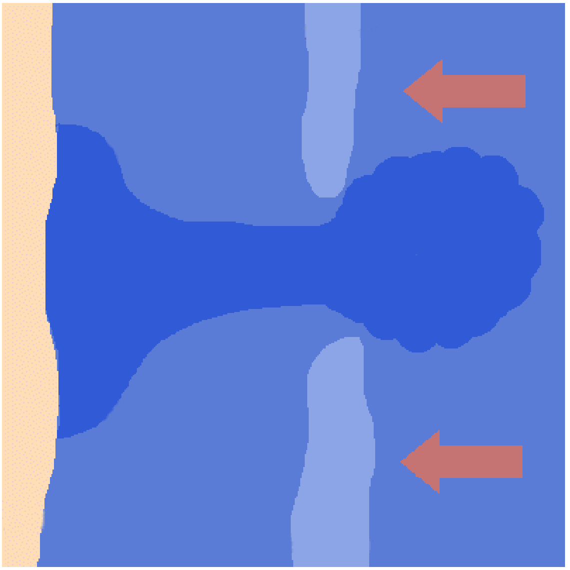
Hino, Meng & Murayama 1993 25th IAHR. 実河川(涸沼川)におけるボイルと水平断面内の鉛直流速コンター図．[illegible]
[illegible]が上昇している.

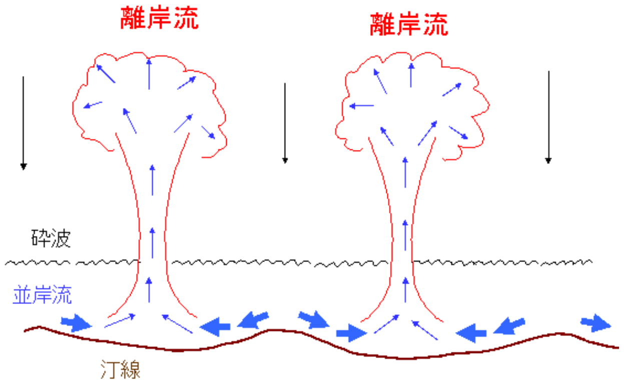
Hino, Meng & Murayama 1993 25th IAHR. 実河川(涸沼川)の乱流構造

Fig. 11.5: 実河川の洪水時のボイルとその時の瞬間流速．日野，孟，村山(1993)

b. 海

砕波．．．斜行渦(灘岡ほか)，Watanabe
沿岸流，rip currentの発生と海岸地形変化の理論
振動流　Hino et al.(), Hayasi.Oohasi
海塩粒子の発生,
O_2(海中生物),CO_2(温暖化ガス)の溶解，取り込み





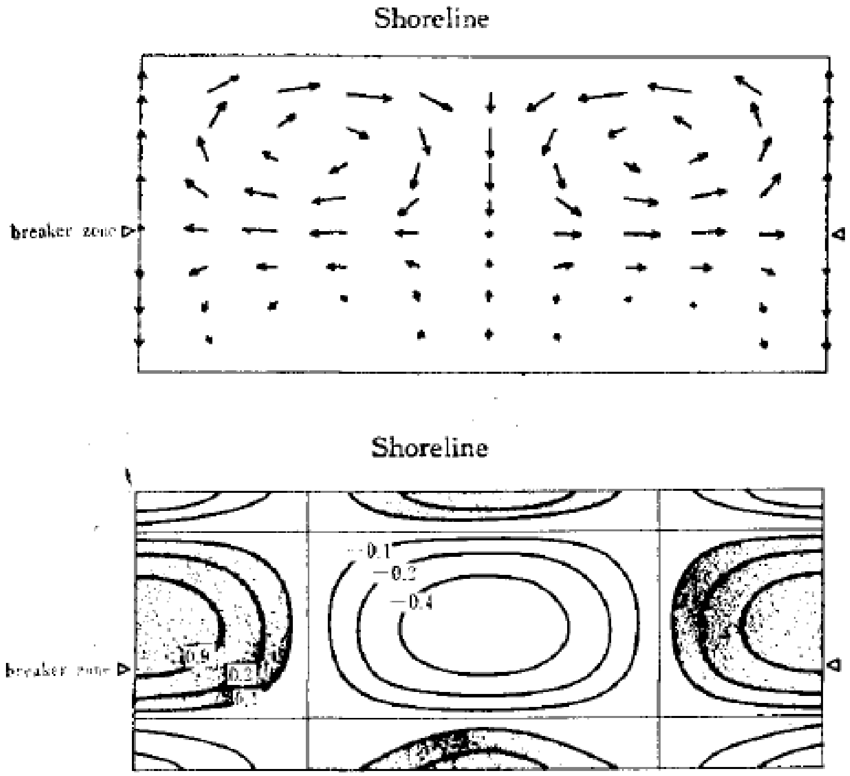


Fig. 5 (a) Cellular pattern of secondary current, (b) perturbation in mean water levation and (c) perturbation in bottom topography (the shaded areas are scoured) for the case of $k=1.6$, $\Phi=2$, $\theta=0°$, $\Lambda=10^3$.

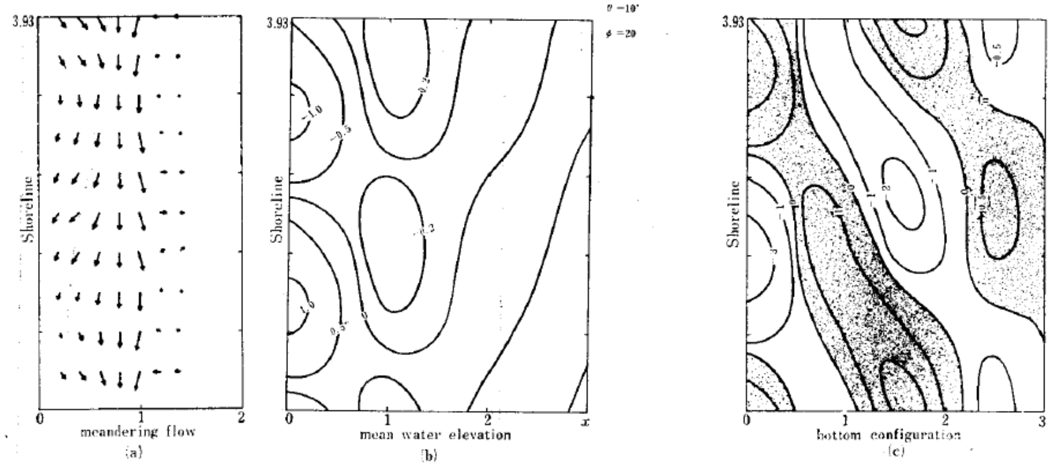


Fig. 8 (a) Meandering flow pattern composed of the basic longshore current and secondary perturbation flow, (b) perturbation in mean water elevation and (c) perturbation in bottom topography (the shaded areas are scoured); for the case $k=1.6$, $\Phi=20$, $\theta=10°$ and $\Lambda=10^3$.

日野 1974 b

(b)安定理論による離岸流の発生と海岸地形の変化．斜め入射波の場合．沿岸流の発生．(Hino) 日野(1984)

(a) 安定理論(不安定解析)による離岸流の発生と海岸地形の変化．(Hino)

Rip-currentとそれに伴う海浜地形の変化の解析には，境界層遷移を除けば失敗に終わった(現在では既に述べたように解決しています) 安定理論が見事に成功しました．

砕波の機構

斜行渦　灘岡．小谷野．日野
砕波　　渡辺 (JFM)

海中へのO_2の取り込み
CO_2の吸収
海塩粒子．．．雨の核

c. 植生層. . . 食物生産, O_2の供給
最適植生条件
ほなみ

Fig. 11.8a:池田ほか(変曲点不安定). 発生時は横渦

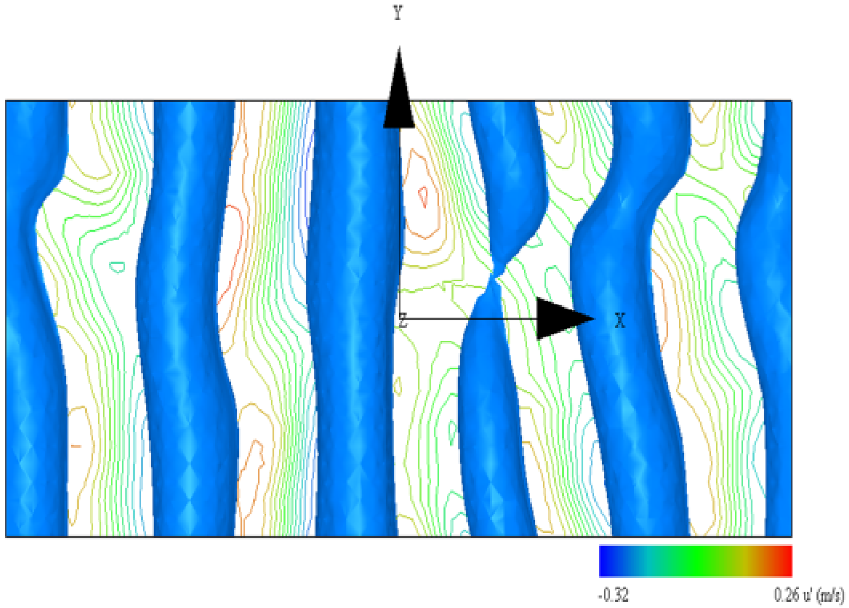
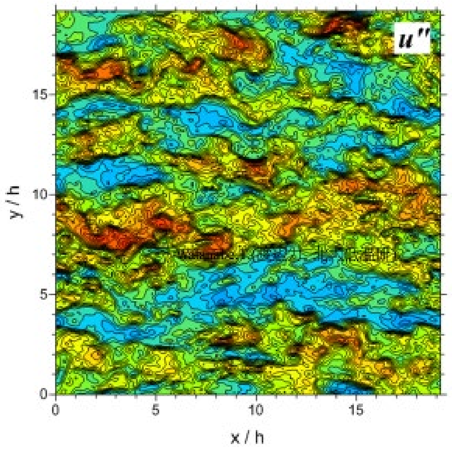


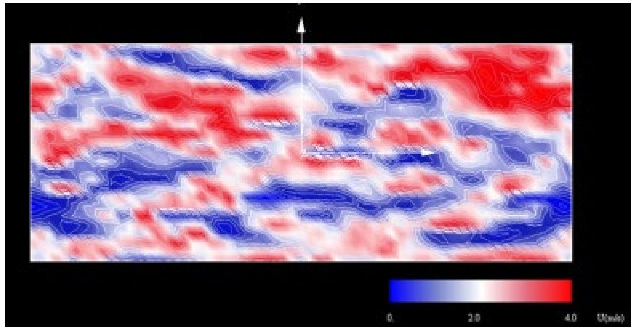
Fig. 11.8b:数値シミュレーション．植生層上の横渦=低圧力(青色)と速度変動のコンター．Hino

渦の発生周期

- Ho & Huerre (1984)
  $f\theta/U = 0.032$: hyperbolic tanngent
- Hino (2011)
  $f\theta/U \simeq 0.04$: log+exponential

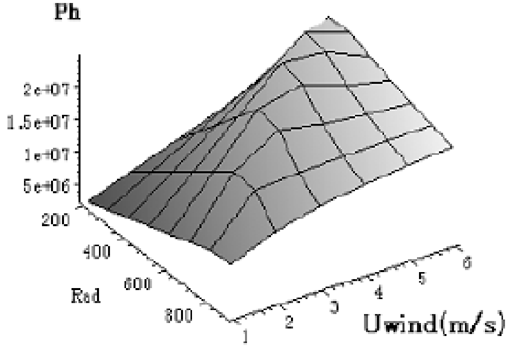


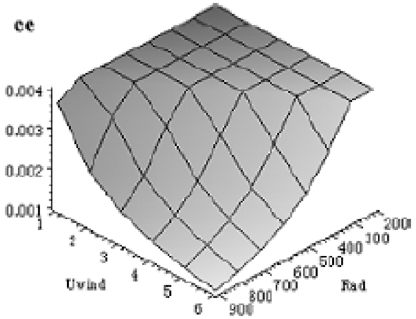
Watanabe,T.(渡辺力，北大低温研)



Hino

Watanabe,T. 北大 低温研



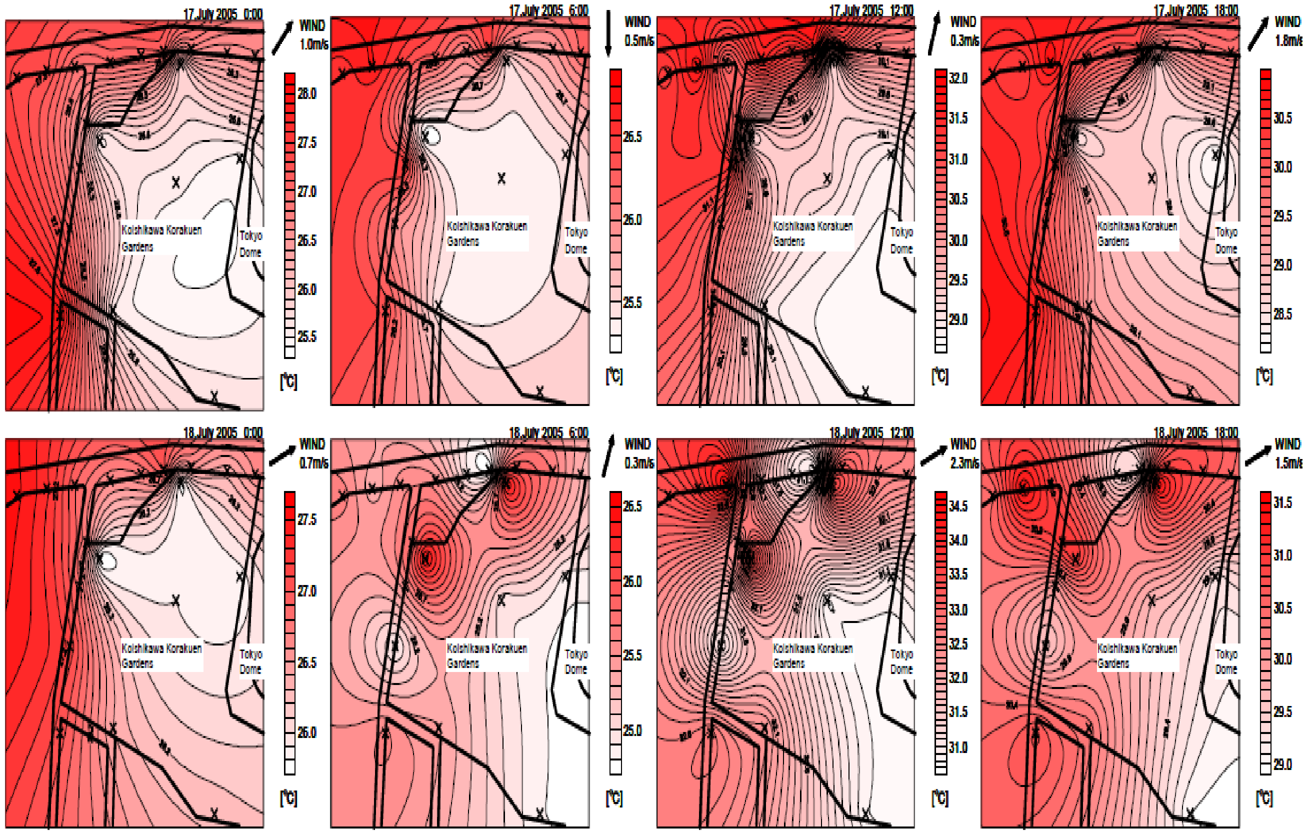


change of ce(evaporation coefficient)
against Radiation & Uwind

図 10　光合成の最適風速

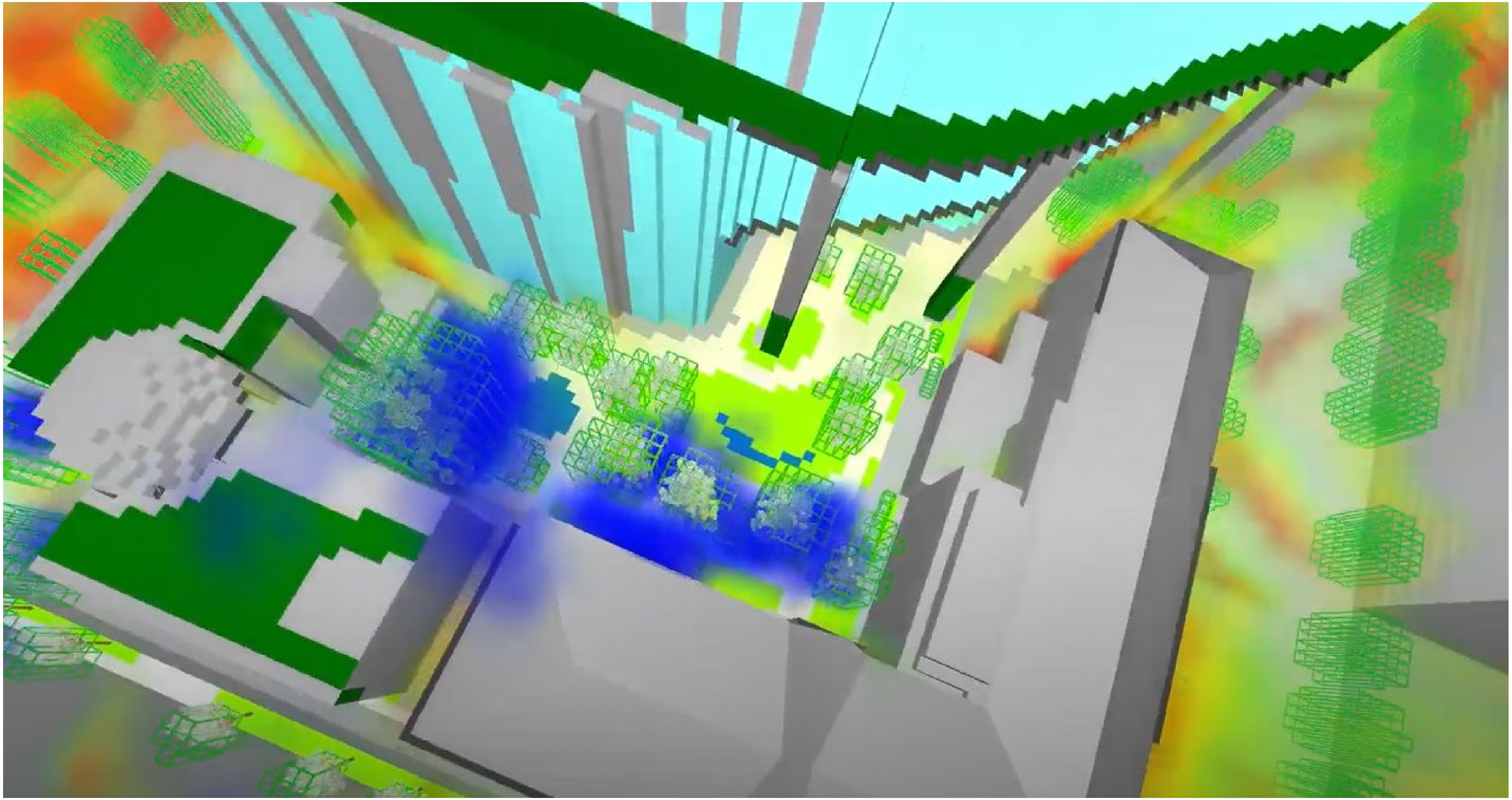
Fig. 11.9: 光合成の最適条件．日野(2005)

d. 都市気象．．．ヒートアイランド現象，都市豪雨



図−10　気温コンター(2005 年 7 月 17〜18 日)

実測による後楽園庭園の気温低減効果. 図化はKriging法による.
加藤. 手計.日野.山田 (水講 2008)



松田景吾(JAMSTEC)による都市の気候緩和の数値シミュレーション結果

Movieは

https://youtu.be/Al0Q-Y3fdPI

https://youtu.be/Al0O-Y3fdPI

http://www.jamstec.go.jp/j/about/press_release/20150319/

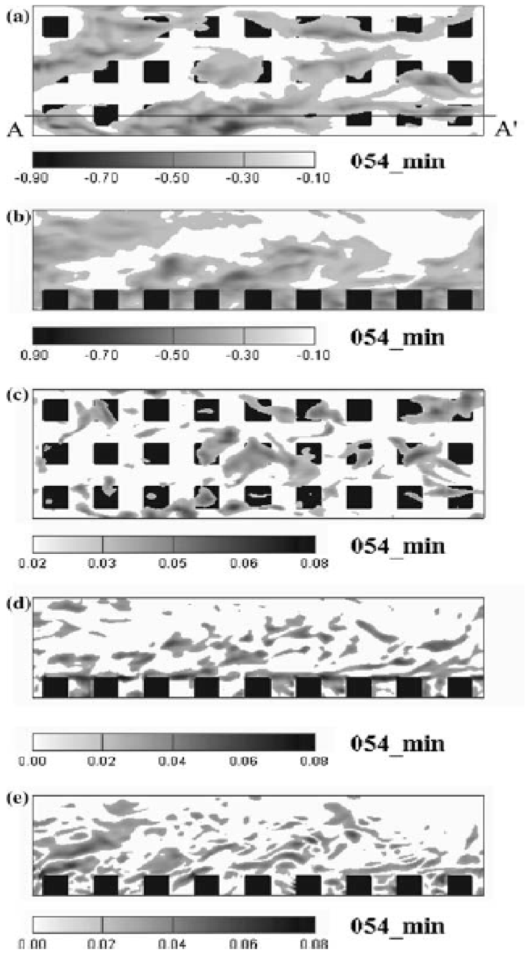
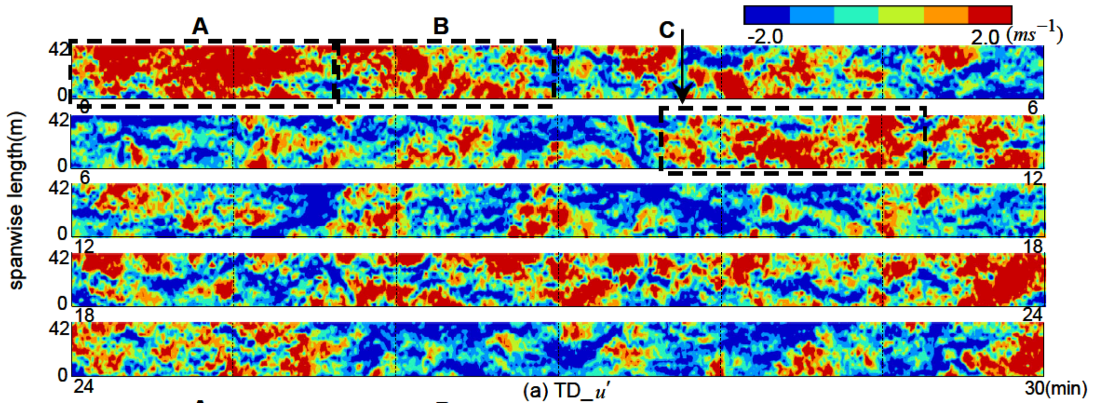
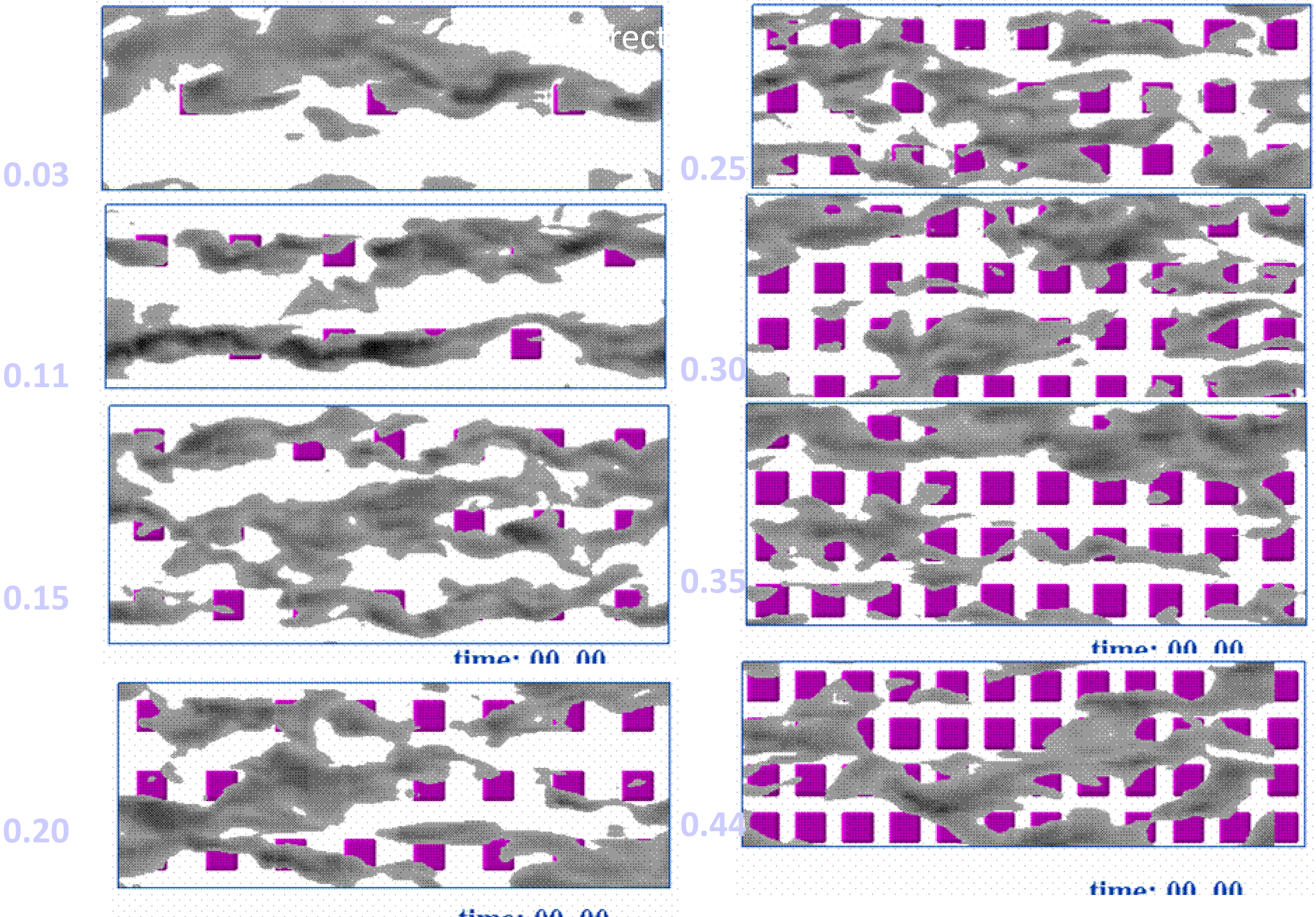


Figure 7. Instantaneous images of turbulent organized structures for the square cube array with $\lambda_p = 0.25$ (run P25). The flow is left to right. (a) $x - y$ horizontal cross-section ($z = 1.1h$) of low speed streaks, which is defined as the region where the streamwise velocity fluctuation $u'' = U - <U>$ is negative, (b) $x - z$ vertical cross-section of low speed streaks , (c) $x - y$ horizontal cross-section ($z = 1.1\,h$) of spanwise vorticity component (ω_y), (d) $x - z$ vertical cross-section of spanwise vorticity component (ω_y), and (e) $x - z$ vertical cross-section of streamwise vorticity component (ω_x). The y coordinate for the cross-sections in (b), (d), and (e) is marked by line A–A′ in (a). Gray legends have physical units of m s^{-1} for (a) and (b), s^{-1} for (c), (d) and (e), respectively.

Cube列で模擬した都市模型による乱流構造.
Kanda (*BLM* 2008)



Cube列で模擬した都市模型による乱流構造.
丸山，稲垣，神田 (水講　2008)



Coceal,O., Dobre,A. Thomas,T.G. & Belcher, S.E. 2007Structure of turbulent flow over regular arrays of cubical roughness. *J. Fluid Mechanics* **589**..


Thank You