

## ニュートンの冷却法則（その 4）

### －自然対流実験－

*Newton's Law of Cooling, Part 4,  
Experiment on Natural Convection*

圓山 重直（八戸高専），守谷 修一（東北大学）

*Shigenao MARUYAMA (INT, Hachinohe College), Syuichi MORIYA (Tohoku University)*

*e-mail: maruyama-o@hachinohe-ct.ac.jp*

#### 1. はじめに

アイザック・ニュートン（1642-1727）の冷却法則についての論文「Scala graduum Caloris. (A Scale of the Degree of Heat, 温度の尺度)」[1][2]について、前報（その 1）[3]では、高温物体の温度計測について議論しました。前報（その 2）[4]では、水の沸点以下の温度について、ニュートン温度の精度や、当時のイギリスの気温について議論しました。

前報（その 3）[5]では、ニュートンと同様な実験を風洞用いて行いました。簡易風洞を用いた実験で推定される風速は冷却時間で異なること、ニュートンの別実験[6]と同じ時間を要した場合、推定風速は 0.7 m/s となりました。この領域では自然対流が無視できない範囲となります。また、自然対流のみによる冷却が起きていたことも否定できません。

本報では、自然対流冷却の実験を行い、ニュートンの実験との比較を行います。また、なぜ等比数列温度を用いると高温が推定できることを思いついたのか、ニュートンの名著「プリンシピア」との関係についても議論します。

#### 2. ニュートンの別実験

ニュートンの研究については、ニュートン自身による手書きの詳細な実験データや草稿などが残されています。その中に、ニュートンの光学 (Optiks) [7]の草稿や音速の研究を行った研究ノートがあります[6]。その中には、冷却法則[1]の論文草稿も含まれています。

その研究ノートには、ニュートンが予備実験として行った実験データがあります。そこには、各現象に対する冷却時間が書かれてあります[6], [8]。この実験は、冷却法則論文[1]より低い温度（約 290°C）から実験を始めています。前報[5]でも示したように、体温まで冷却するのに 132 分かかったと記されています。

本報では、この実験結果を自然対流実験で再現することを試みました。

#### 3. 自然対流実験

前報[5]と同様な装置で自然対流冷却実験を行いました。つまり、大きさ 103×107×27 mm（約 4×4×1 inch）、質量 1.93 kg（約 4.25 lb）の鑄鉄塊を加熱炉に入れ加熱しました。図 1 に示すように、実験は加熱鉄塊を直接レンガの上に置く場合と、耐熱断熱材（イソウール フェルト）の上に置いた場合について行いました。

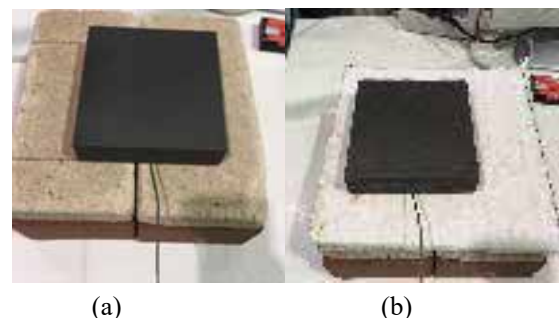


図 1 レンガの上に直接置いた約 4×4×1 inch の鑄鉄塊(a)と断熱材の上に置いた鑄鉄塊(b)の様子

まず鉄塊を電気炉に入れて、一定温度になってから、レンガの上に置き、自然対流による鉄塊の冷却温度を計測しました。その時、前報と同様に赤外線カメラで放射強度を測定し、鉄塊表面の放射率を測定しました。

実験結果を図 2 に示します。実験は、初期温度を約 190°C と 290°C に設定しました。ニュートンの別実験[6]では初期温度を 100°N (294°C) としました。図中には、各実験の条件が記入してあります。

これらの実験を記述する推定式による計算値も図中に示してあります。

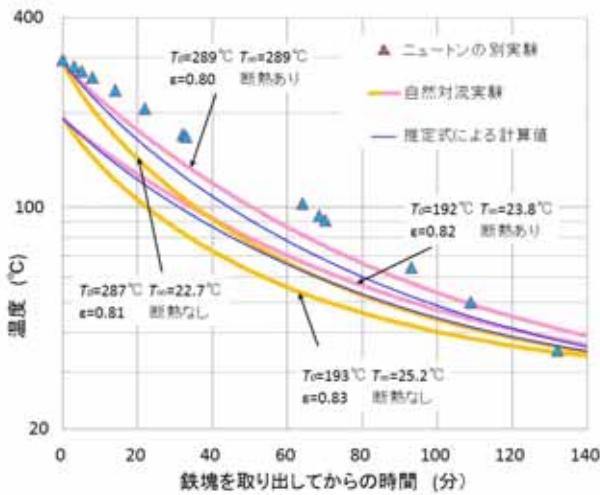


図 2 自然対流冷却実験とニュートンの別実験との比較

初期温度が  $T_0$  で、加熱炉から周囲温度  $T_\infty$  の空気中に取り出した後の鉄塊の冷却温度は次式で表されます。

$$c\rho V \frac{dT}{dt} = -S\{\bar{h}_c(T - T_\infty) + \varepsilon(T^4 - T_\infty^4)\} \quad (1)$$

ここで、 $c$  は鉄塊の比熱、 $\rho$  密度、 $V$  体積、 $S$  底面を除いた表面積、 $\varepsilon$  放射率、 $t$  時間です。上向き加熱面の自然対流平均熱伝達率  $\bar{h}_c$  は、経験式[9]

$$Nu_L = \bar{h}_c L / k = 0.54Ra_L^{1/4} \quad (2)$$

を用いました。ここで、 $L$  は、加熱面上部面積を周長で割った長さです。

自然対流の実験は、図 1 に示すように、レンガに直接鉄塊を置いて冷却した場合と、断熱材の上に置いた場合の 2 通りについて実験しました。ニュートンの実験は周囲温度  $2^\circ\text{N}$  で行われましたが[6]、この実験では周囲温度が高い状態で行いました。鉄塊を環境温度に置かれたレンガに直接乗せると、熱伝導で冷却するため、計算値は断熱材に置いた場合の方が良い一致を示しています。いずれにしても、ニュートンの別実験とは一致していないことが分かります。

図 2 の実験に使った鉄塊は、前報 (その 3) [5] の実験に使ったものなので、電気炉による高温加熱で表面に厚い酸化膜が形成され、放射率が大きくなっています。ニュートンの別実験ではさほど高温にしていません。もし、ニュートンが、表面を研磨さ

れた状態の鉄塊を使ったとしたら、放射率は図 2 の実験よりかなり小さくなると思われます。

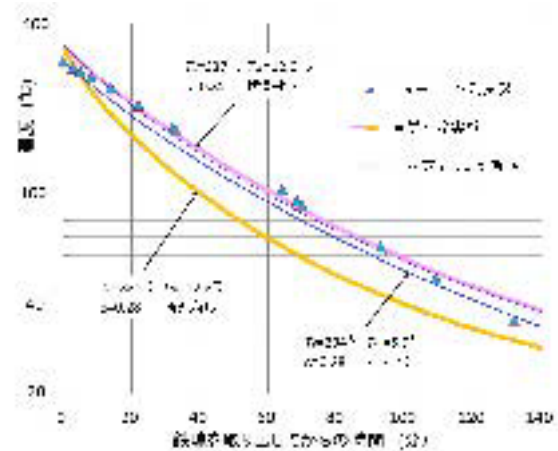


図 3 表面を研磨した鉄塊の自然対流実験とニュートンの別実験との比較

そこで、鉄塊を研削し酸化膜を除去した状態で、自然対流冷却実験を行いました。その結果を図 3 に示します。図 3 中の実験は、図 2 と同様にレンガに直接置いたものと断熱材の上で冷却した場合を示しています。また、初期温度を約  $340^\circ\text{C}$  として高めに設定しています。推定式による計算値は、断熱材の上に置いた鉄塊の実験結果と一致しました。

図中の計算値は、初期温度と外気温度をニュートンの実験と同一にして放射率を 0.28 としたものです。この計算値は、ニュートンの実験と比較的良好な一致を示すことが分かります。

図 2 と図 3 の結果を総合すると、ニュートンの別実験では、風は殆ど吹いておらず、予備実験として酸化膜がない状態の鉄塊を使ったことが推察されます。また、この場合の初期温度は余り高くないので、加熱しても酸化膜が形成されにくいと考えられます。図 3 の自然対流実験でも、酸化膜は余り形成されていませんでした。

また、ニュートンの別実験では鉄塊はレンガの上ではなく木などの断熱性の高い板の上に置かれていることも推測できます。 $300^\circ\text{C}$  の鉄塊を木の板に乗せても燃えることはありません。

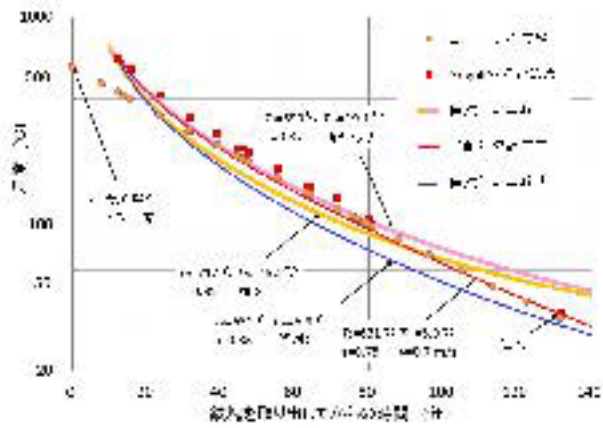


図 4 ニュートンの実験と自然対流実験および推定値との比較

図 4 は、ニュートンの高温実験 [1] と今回行った自然対流実験を比較したものです。実験では、鉄塊を約 700℃に加熱して自然対流冷却した場合は、鉄塊は電気炉内で酸化皮膜が形成され、表面放射率は高い値となります。

図中には、周囲温度をニュートンの実験に合わせた自然対流冷却の推定値を示してあります。さらに、前報 [5] で示した流速 0.7 m/s の強制対流冷却の推定値も示してあります。それらの値は、Grigull が冶金学的に推定した温度[10]と比較してあります。ふく射伝熱が考慮されていないニュートンの温度は、高温域で実際より低く見積もられるためです [3].

自然対流の実験値は、周囲温度がニュートンの実験と比べると高温のため、低温部で差異が出ますが、それほど大きく異なっていません。このことは、風が殆ど吹いていなくてもニュートンの実験は成立する可能性があることを示しています。実際には、自然対流と強制対流の複合伝熱条件下で冷却が行われたと考える方が妥当だと推定されます。

では、何故ニュートンは「一様の風が吹いていた」と言う記述をあえて入れたのでしょうか。

ニュートンは、エネルギー保存の概念を既に持っていて、鉄塊が冷却するためには、そのエネルギーが流体（空気）によって運ばなければならないと考えたことが想像できます。ニュートンは、高温物体周りの自然対流の概念がなかったために、あえて風が吹いていたことを記述する必要があったのではないのでしょうか。

#### 4. プリンシピアと冷却法則

この実験以前の 1687 年にラテン語で出版されたニュートンのプリンシピア（ラテン語の発音はプリンキピア）では、以下の記述があります。

##### 第 II 編 抵抗を及ぼす媒質内での物体の運動

##### 命題 2. 定理 2

もし物体がその速度に比例して抵抗をうけ、その慣性のみによって均一な媒体内を動くものとし、かつ時間間隔を等しくとったとするならば、それら各時間の初めにおける速度は 1 つの幾何級数をなし、また各時間間隔内に描かれる距離は速度に比例する [11] .

これが、ニュートンの冷却法則の基本となっていると言われてます[12]. では、その過程を現在の数学と物理を使ってたどってみましょう。

微分法を用いて上記の定理 2 を表すと、静止媒体中の物体の運動は次式で表されます。

$$\frac{d}{dt}(mv) = -kv \tag{3}$$

ここで、 $m$ 、 $v$  は、それぞれ、物体の質量と速度、 $t$ 、 $k$  は、時間と定数です。初期速度を  $v_0$  として、この微分方程式を解くと、

$$v = v_0 \exp\left(-\frac{k}{m}t\right) \tag{4}$$

$i\Delta t$  秒後の速度を  $v_i$  とすると、

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_2} = \dots = \frac{v_i}{v_{(i-1)}} = \exp\left(-\frac{k}{m}\Delta t\right) \tag{5}$$

となります。

これを、ニュートンの冷却法則に適用してみましょう。周囲温度  $T_\infty = 0$  の時、集中熱容量系の物体温度は、

$$c\rho V \frac{dT}{dt} = -\bar{h}ST \tag{6}$$

で表されますから、初期温度を  $T_0$  および  $i\Delta t$  秒後の温度を  $T_i$  とすると、

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} = \dots = \frac{T_i}{T_{(i-1)}} = \exp\left(-\frac{\bar{h}S}{c\rho V}\Delta t\right) \tag{7}$$

ニュートンの等比数列温度  $T'$  (degree of heat in geometrical progression)[2] は、ニュートン温度を  $T$  (°N) として次式で定義できます。

$$T' = \log_2(T/12) + 1 \tag{8}$$

これを式(7)に代入すると、

$$T'_0 - T'_1 = T'_1 - T'_2 = \dots \dots \dots$$

$$= T'_{(i-1)} - T'_i = \frac{\bar{h}S}{c\rho V \ln 2} \Delta t = \text{Const.} \quad (9)$$

つまり、鉄塊の既知の 2 つの温度と冷却初めからのそれぞれの時間が分かれば、等比数列温度で鉄塊の初期温度が推定できることになります。

ここで、注意していただきたいのは、温度  $T'$ には周囲温度  $T_0$ が入っていないことです。ニュートンの論文[1]の表に記してある等比数列温度にも周囲温度は含まれていません。

後世の冷却法則には、周囲温度が入っています。前報(その 3)[5]でも述べたように、ニュートンが実験したときの環境温度は  $2^\circ\text{N}$  ( $5.9^\circ\text{C}$ )程度と推定され [8]、ニュートンが目指した高温物体の温度の推定には環境温度を  $0^\circ\text{N}$ としても大差ありませんでした。

式(8)の等比数列温度の導入がニュートンの論文の主要な部分ですが、周囲温度を入れなかったことで、この概念がプリンシピアから由来することが裏付けられるとも考えられます。

式(7)右辺の定数は、熱伝達率で変化しますので、風速が異なると、冷却速度も変化します。この差異は、予備実験でニュートンが知っていたと考えられますが、その説明が明確に出来なかったため、ニュートンの論文[1]では、時間の記述を取り除いたのではないのでしょうか。

### 5. ニュートンはなぜ匿名で論文を書いたのか

ニュートンは、冷却法則の論文[1]を匿名で出版しています。この論文の下書きがニュートン直筆の研究ノート[6]にあることから、この論文はニュートンが書いたことに間違いはありません。

では、なぜニュートンはあえて著者名を書かなかったのでしょうか。前報(その 1)[3]に述べたように、錬金術の研究から出てきた温度測定法を匿名論文として出版し、こっそり他の科学者の反応を見ていたことが考えられます。

ニュートンの論文[1]には、等比数列温度は記してありますが、冷却時間の記述がありません。冷却時間は、前報(その 3)[5]に記したように、熱伝達率つまり風の速度で変わります。ニュートンは、予備実験で風の速度で加熱鉄塊が体温まで冷却する時間が異なることを知っていたことが推定されます。ニュートンの別実験[6]では、時間が書いてあるのに、出版論文には時間をあ

えて記述していません。

また、4章に示すように、プリンシピアの類推から式(8)で定義される等比数列温度 (degree of heat in geometrical progression) には、周囲温度が導入されていません。高温ではこの標記で正確な温度推定が出来ますが、低温では冷却曲線は直線からずれが生じます。

ニュートンがケンブリッジにいた頃、今では正しいと認められている、光の研究が他の研究者に批判され、大いに傷ついたと言われていました。以後暫く研究成果を公表していません。天才的な研究者によくあるように、ニュートンは人一倍プライドが高かったのではないのでしょうか。

冷却時間や等比数列温度など、ニュートンは、この冷却法則論文は未完成であると考えていたのかもしれない。そのような研究論文にあえて自分の名前を記さなかったとも考えられます。

### 6. おわりに

ニュートンの研究ノート[6]にある別実験を模擬し、鑄鉄塊を使った自然対流冷却実験を行いました。表面を研磨した鉄塊を断熱材上に置いた実験はニュートンの別実験を比較的良く再現します。ニュートンの冷却法則[1]の実験では、自然対流と強制対流の複合伝熱状態で行われたことが否定できません。

ニュートンの冷却法則の根幹となる、等比数列温度の導出はニュートンの名著「プリンシピア」と関係があることを示しました。

これらを考えると、ニュートンの冷却法則は、現在の伝熱工学テキストに記されているように、対流熱伝達の章ではなく、熱伝導の章で集中熱容量系の法則として記述される方が、論文[1]の主旨に合っていると考えられます。

### 参考文献

- [1] “Scala graduum Caloris (A Scale of the Degrees of Heat)”, Philosophical Transactions, No. 270, pp. 824-829, (April 1701).
- [2] “The Correspondence of Isaac Newton, Volume IV, 1664-1709”, Edited by J.F. Scott, Cambridge University Press, PP.357-365, (1967).
- [3] 円山重直, ニュートンの冷却法則 (その 1), 伝熱, Vol. 54, No. 229, pp.31-34, (2015).

- [4] 圓山重直, 守谷修一, 岡島淳之介, ニュートンの冷却法則 (その2) ニュートンの温度スケールについての考察, 伝熱, Vol. 57, No. 240, pp.65-69, (2018).
- [5] 圓山重直, 守谷修一, ニュートンの冷却法則 (その3) 強制対流実験, 伝熱, Vol. 59, No. 246, pp.46-51, (2020).
- [6] Newton, I., "Hydrostatics, Optics, Sound and Heat," The Portsmouth Collection, MS Add. 3970, pp. 594-599, (1672-1706).
- [7] Newton, I., Optiks: or A Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions and Colors of Light, (1704).
- [8] Simms, D. L., "Newton's Contribution to the Science of Heat", Annals of Science, Vol. 61, pp.33-77, (2004).
- [9] Incropera, F.P., Dewitt, D.P., Bergman, T.L. and Lavine, A.S., Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 6th Ed., John Wiley & Sons, pp.574-577, (2007).
- [10] Grigull, U., "Newton's Temperature Scale and the Law of Cooling," Waerme und Stoffuebertrang, Vol. 18, pp.195-199, (1984).
- [11] 中野猿人 訳, プリンシピア, 講談社, (1977).
- [12] Ruffner, J. A., "Reinterpretation of the Genesis of Newton's Law of Cooling," Archives of History of Exact Science, Vol. 2, pp. 138-152, (1964).
-